





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.138





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.  
CFMAGL 1.7.138

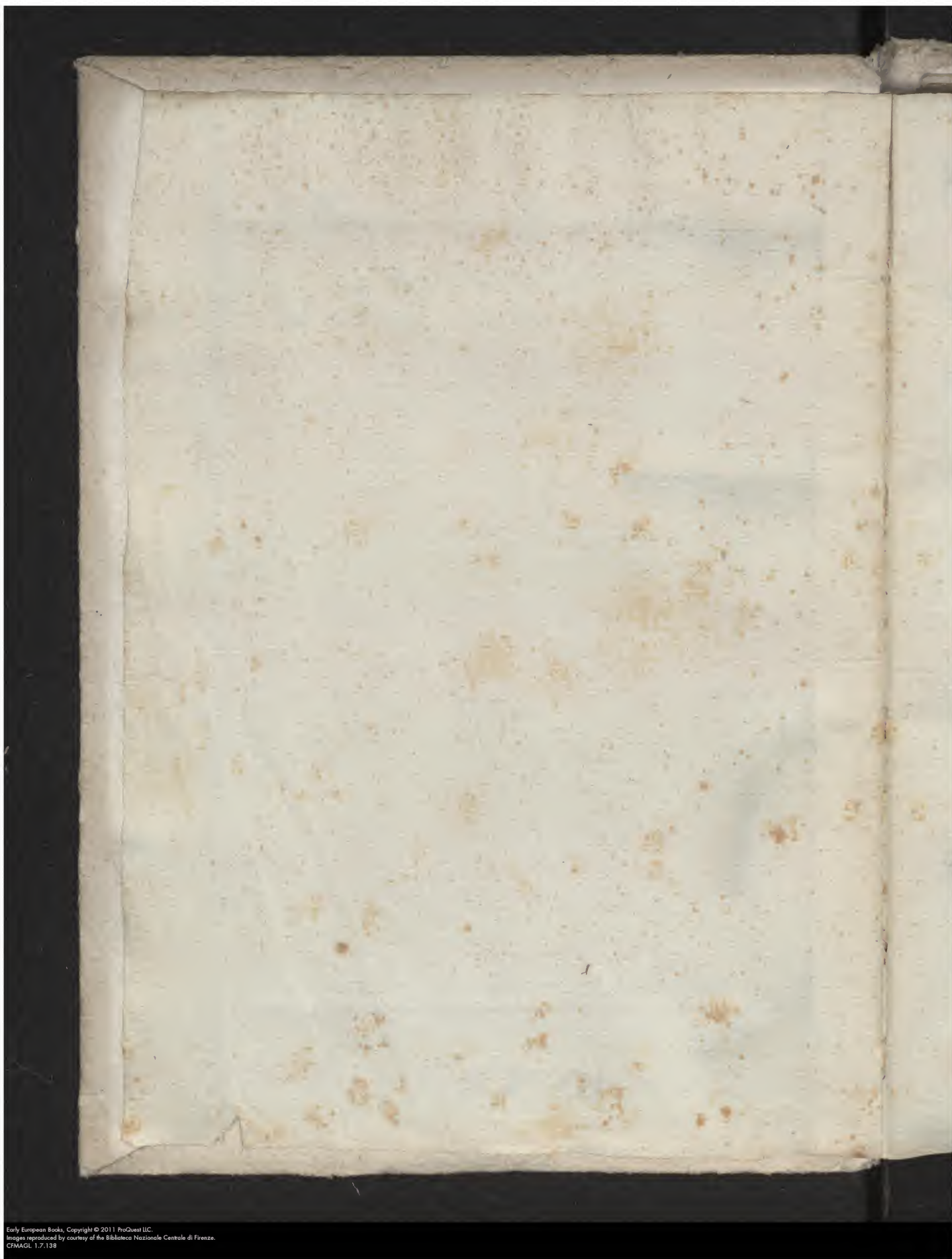


1H.7

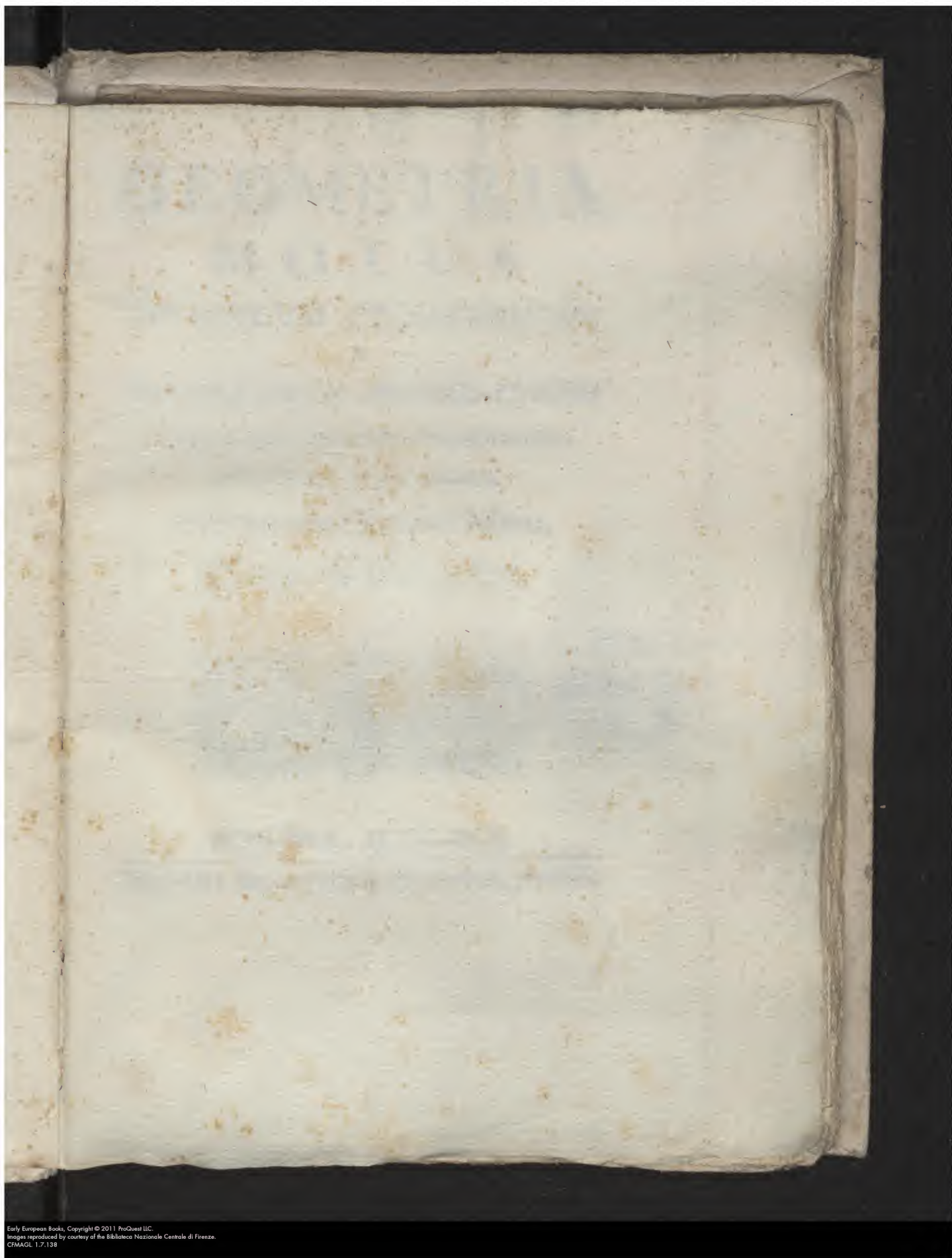
1. 7. 138



XI  
CEV











# GEOMETRIA MOTUS

OPVSCVLVM GEOMETRICVM

A'

*IOANNE CEVA MEDIOLANENSI*

In gratiam Aquarum excogitatum.

CONTINET DVOS LIBROS

Primum de Simplici Motu,

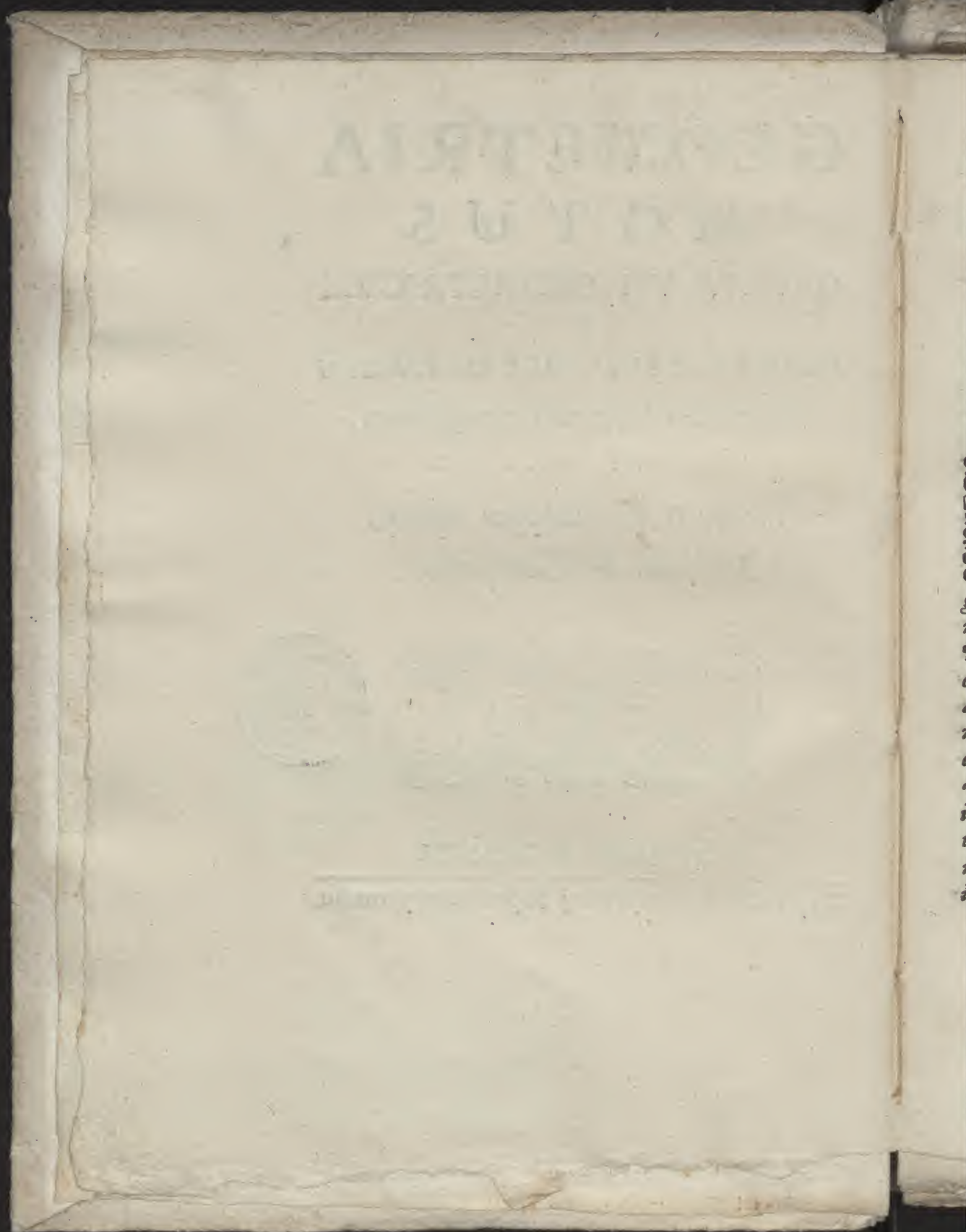
Alterum de Composito.



BONONIÆ, M. DC. XCII.

Typis HH. Antonij Pisarij. Superiorum permissu.







SERENISSIMO  
MANTVÆ DUCI  
FERDINANDO  
CAROLO.



*H* Terum, Serenissime Princeps, tuis aduolutus  
genibus opusculum exhibeo, in quo naturam motuum, pleniori  
methodo, quam puto antea sit actum, geometricè exequor.  
Necesse habui hæc præmittere, quò viam aperirem, & quo-  
dammodo alueum sternerem aquarum doctrine, quarum  
argumentum utilissimum, & profunde indaginis iam diu  
meditor. Quam arduum sit, & per quas salebras eun-  
dum, ut nouum aliquid luce dignum e latebris naturæ eruatur  
utinam Celsitudini tuæ aliquis Veritatum non vulgarium  
indagator fidem faceret; scio equidem, & laboris improbitas  
tangeret benignissimum animum tuum, & simul naturæ inge-  
nium suspiceres, quæ mentibus aliquorum vim inuentricem  
inseruit, ut eorum ingi cogitatione humanis visibus provide-  
ret,

ret. Et verò (si in hoc genere de me quidquam confiteri decet) nisi aduersæ valetudinis experimento prudentior factus indolem meam huiusmodi studijs intemperanter addictam aliquot ab hinc annis compescuissem; nec non quotidie munus à Celsitudine Tua summo cum honore & beneficentia demandatum (adeo ut hoc etiam nomine Te seruatorem meum appellare possim) inde me reuocasset; eorum, credo equidem, ponderi, assidueque contemplationi succumbere necesse erat. Vnde autem, Celsissime dux, huic scientiæ tanta vis, ut quos sibi semet adiunxerit, nonnisi altiori ratione queat a se ipsa dimittere? An quod fortasse ubi animus publicæ utilitati deseruire ceperit, veluti in naturæ concilium admissus, sui quodammodo oblitus, propriam humilioremque sedem reuifere dedignetur; an quia, cum inter ceteras scientias Geometria demonstrationem, hoc est veritatem sinceram, & quandam primi veri particulam profiteatur, hinc nescio quid diuinum habent sibi propositum, unde nonnisi Deo impellente, ubi nimirum officia, potiorque ratio id postulant, ab eius intuitu retrahatur. Hoc equidem puto; atque hinc diuina Geometria iure optimo a doctissimis, & clarissimis viris passim nuncupatur. Quamobrem nemo non eam suspiciat, eiusque cultores oppidò diligat; ob eamque causam huic etiam qualicunque opusculo benigne annuas spero, adeo ut iam Te in terris Dominum, Altorem, Seruatorem, Patronumque appellare non dubitem, quam unà cum Celsissima domo mihi, tot tibi nominibus deuincto, superi ut seruent sospitentque, enixè oro, ac omnibus votis exopto.

Serenissimæ Celsitudinis Tuae

Humillimus, & Obsequentissimus Seruus  
Ioannes Ceua.



# GEOMETRIA<sup>i</sup>

## MOTVS.

### DEF. I.



Vrrat mobile ab A in D secundum rectam *Tab. 1. Fig. 1.*  
 AD, & linea BHI sit naturæ illius, vt dedu-  
 ctis ad AD perpendicularibus AB, CH, DI  
 ex punctis quibuscunque A, C, D; veloci-  
 tatum gradus, quos mobile sortitur in ijs-  
 dem punctis A, C, D mensurentur ab ipsis  
 rectis AB, CH, CI. Figuram planam BADIHB apellabi-  
 mus genesim motus ab A in D.

### DEF. II.

I Idem manentibus, sit etiam alia linea EFG talis natu- *Tab. 1. Fig. 2.*  
 ra, vt protractis rectis BA in E, HC in F, & ID in G ha-  
 beat DG ad CF eandem reciproce rationem, quam HC  
 ad ID. Item sit CF ad HE vt reciproce BA ad HC, vo-  
 cabimus figuram planam ADGFEA imaginem tempo-  
 ris motus ab A in D iuxta genesim prædictam.

### DEF. III.

A Dhuc posita illa genesi, intelligatur linea PON eius *Tab. 1. Fig. 3.*  
 naturæ, vt si sit KL ad LM vt tempus lationis ab A  
 in C ad tempus ab eodem C in D, habeat semper KP ad  
 LO eandem rationem, quam AB ad CH; & LO ad NM  
 eandem, quam HC ad ID: Figuram planam PKMNCP

A

VO-



2 *Geometria Motus.*  
vocabimus imaginem iuxta genesim BADI motus ab  
A in D.

*Corollarium.*

*Patet, cum motus sunt aquabiles, geneses, & imagines figu-  
ras esse parallelogrammas.*

DEF. IV.

*Tab. I. Fig. 4.* **S**I sint duæ geneses, aut imagines ABCD, FEG, ita ut  
cum geneses sint, habeat AB ad FE eandem rationem,  
quam velocitas in A ad velocitatem in F, & cum imagines  
velocitatum, quarum tempora AD, FG, velocitas, quam  
habet mobile instanti A ad velocitatem alterius mobilis  
instanti F, sit ut AB ad FE, & demum ipsis figuris ut imagi-  
nibus temporum consideratis habeat velocitas in A ad  
velocitatem in F rationem eandem, quam AB ad FE, vo-  
cabuntur tum geneses illæ, cum imagines inter se homo-  
genæ.

DEF. V.

**E**Am planam Figuram, in qua duæ quotēunque  
æquidistantes eò deinceps decrescunt, quò ad idem  
extremum propiores fiunt, acuminatam nuncupabimus.

DEF. VI. AX. I.

**I**Nter maximam, & minimam eiusdem imaginis veloci-  
tatem cadit quædam media, qua tantum velocitate, si  
conciperetur motus æquabilis, nihilominus eodem tem-  
pore idem spatium curreretur, ac iuxta imaginem proposi-  
tam: eam ergo mediam velocitatem dicimus propositæ  
imaginis æquatricem.

AX.

## A X. II.

**S**patium iuxta imaginem velocitatum quamcunque exactum, vel iuxta æquatricem imaginis est maius eo spatio, quod curreretur eodem tempore minima eiusdem imaginis velocitate; sed minus eo, quod velocitate maxima.

## A X. III.

**T**empus, quo curritur spatium iuxta quamlibet temporis imaginem, maius est eo, quo idem spatium curreretur maxima velocitate, sed contra minus eo altero, quo ipsum spatium minima velocitate exigeretur, earum videlicet, quæ sunt in genesi, aut imagine velocitatum propositi motus, cuius nempe illa est imago temporis. Fit ergo, ut tempus æquale ei, quo illud ipsum spatium curreretur iuxta propositam imaginem, sit inter utrumque dictorum temporum maximi, & minimi.

## A X. IV.

**Q**uæcunque excogitetur figura plana, vel est parallelogrammum, vel acuminata figura, aut ex his compositum. Has tamen figuras inter binas volumus parallelas, ita ut unum latus sit ipsas necens normaliter parallelas, quanquam etiam loco parallelarum possint esse puncta, nempe ubi desinunt in acuminatas prorsus figuras.

## PROP. I. THEOR. I.

**T**empora, quibus duo motus complentur sunt in ratione imaginum homogenearum ipsorum temporum. Tab. 1. Fig. 5.

A 2

Mo:



*Def. 4. huius.* Motus sint primò æquabiles, curratque mobile spatium AB tempore, cuius imago CAB, curratur item ab alio mobili spatium DE tempore, cuius imago DEF, & sint ipsæ temporum imagines inter se homogeneæ, scilicet FD ad AC eandem habeat rationem, quam velocitas in A ad velocitatem in D. Dico, tempus per AB ad id per DE esse ut figura ABC, ad DEF. Cum motus æquabiles sint erunt figuræ dictarum imaginum rectangula, propterea illorum ratio componetur ex rationibus altitudinum AB ad DE, & basium AC ad DF, ex iisdem verò rationibus spatiorum scilicet, & reciproca velocitatum (sunt enim imagines inter se homogeneæ) necitur etiam ratio temporum, quibus percurruntur ipsa spatia AB, DE iuxta geneses imaginum ACB, DEF, ergo est eadem ratio inter illa tempora, ac inter imagines suas.

*Tab. I. fig. 6.*  
*Def. 5. huius.* 2. Sit motus vnus æquabilis, alter verò quicumque; sit tamen imago huius temporis figura acuminata ut ALGE, & alterius temporis prædicti motus æquabilis, sit FHM, quæ rectangulum erit: Dico, imaginibus homogeneis existentibus, fore inter has eandem rationem, ac homologè inter tempora decursuum ab A in E, & ab F in M iuxta geneses imaginum temporum propositarum. Si enim non est ita, sit quædam alia magnitudo Y, maior, vel minor imagine acuminata ALGE, quæ ad imaginem FHM habeat eandem rationem, quam tempus per AE iuxta imaginem ALGE ad tempus per FM iuxta imaginem alteram FHM; sit verò magnitudinis Y differentia ab imagine magnitudo Z. Secetur AE bifariam in C, pariterque segmenta AC, CE bifariam in B, D, & sic ulterius progrediat, donec, si compleatur rectangulum postremum, & maximum DG, hoc minus existat quam Z. Tum ductis reliquis æquidistantibus CI, BK, & à punctis N, I, K, L alijs etiam æquidistantibus rectæ AE, efficiatur ipsi ALGE circumscripta figura, constans ex rectangulis æquealtis AK, BI,



BI, CN, DG, & inscripta composita ex rectangulis inter se pariter æquealtis BL, CR, DI, EN. Cum circumscripta figura differat ab inscripta excessu, quo rectangulum DG superat BL; (nam reliqua circumscripta AK, BI, CN, reliquis inscriptis æqualia sunt) sequitur, excessum illum esse minorem magnitudine Z. Si ergo magnitudo Y ponatur maior magnitudine ALGE pro excessu Z, maior etiam erit circumscripta AK, BI, CN, DG. Quod si contrà Y intelligatur minor ipsa ALGE ex defectu Z, erit quoque eadem Y minor, quàm inscripta figura BL, CK, DI, EN. Iraque nunc, si fieri potest, sit Y maior magnitudine ALGE per ipsum excessum Z, & intelligantur tot motus, quot sunt rectangula in circumscripta figura, scilicet sint ipsi motus ab A in B, à B in C, à C in D, & à D in E secundum deinceps, temporum imagines AK, BI, CN, DG rectangula, quæ sint inter se, & propositis imaginibus homogeneæ, qui motus erunt propterea æquabiles. His positis, tempus per FM iuxta imaginem MH ad tempus per AB iuxta imaginem rectangulum AK eandem habet rationem, quam rectangulum MH ad rectangulum AK, similiter idem tempus per FM secundum ipsam imaginem rectangulum MH ad singula reliqua tempora per BC, CD, DE imaginibus deinceps rectangulis BI, CN, DG habet eandem rationem, quam rectangulum MH ad singula eodem ordine rectangula BI, CN, DG. Quo circa totidem rectangula ex MH, quot sunt illa, ex quibus constat circumscripta figura, habebunt ad ea ipsa circumscripta rectangula, seu ad eandem circumscriptam figuram AK, BI, CN, DG eandem rationem, quam totidem tempora eiusdem imaginis MH ad simul tempora, quorum imagines sunt illa ipsa circumscripta rectangula AK, BI, CN, DG. Quare etiam vnicum rectangulum MH ad circumscriptam figuram AK, BI, CN, DG erit in eadem ratione, in quo vnicum tempus per FM iuxta imaginem MH ad omnia simul illa tempora iuxta-

Cor. Def. 3.  
huius.

Ex præmissa  
parte.

Euang. Tor-  
ric. lem. 18. in  
libro de dim.  
parabola.



imagines, quæ sunt dicta circumscripta rectangula. Et quoniam figura imaginis est acuminata, habetque vi def. 2. huius, applicatas, quæ sunt in ratione reciproca velocitatum, quibus nempe mobile afficitur in punctis spatij, à quibus deducuntur ipsæ applicatæ; hinc fit, ut earum velocitatum, quas mobile habet in decursu rectæ AB, ea, quæ in A maxima sit, & quæ in B minima. Eodem modo iuxta reliquas imagines BKIC, CIND, DNGE, quæ itidem acuminatæ sunt, velocitates in fine decursuum C, D, E (sunt enim omnes versùs A acuminatæ) minimæ erunt, & maximæ initio dictorum spatiorum. Ideo tempora, quæ impenduntur iuxta illas imagines, seu ipsam imaginē ALGE, cuius illæ sunt omnes partes, minora erunt temporibus, quæ decurrerent, si illi decursus forent æquabiles ex minimis illis velocitatibus exacti, vel quod in idem recidit, si illi decursus essent iuxta imagines rectangulorum circumscriptorum AK, BI, CN, DG; itaque rectangulum MH ad figuram circumscriptam AK, BI, CN, DG habebit minorem rationem, quàm tempus per FM imagine MH ad tempus per AE imagine ALGE, seu quàm rectangulum MH habet ex hypothesi ad magnitudinem Y; igitur circumscripta figura, quæ priùs minor ostensa fuit magnitudine Y; nunc maior concluditur; quod cum sit absurdum, sequitur falsò nos posuisse magnitudinem Y maiorem; quàm ALGE. At si Y minor ponatur, quàm magnitudo ALGE defectu Z; inscripta, ut supra, figura constante ex rectangulis æquè altis BL, CK, DI, EN, ut scilicet differentia ab imagine sit minor magnitudine Z, liquebit, magnitudinem Y minorem esse inscripta figura BL, CK, DI, EN; deinde procedendo ut supra, inueniemus rectangulum MH ad inscriptam figuram BL, CK, DI, EN in eadem ratione, in quo tempus per FM imagine MH ad omnia simul decursuum tempora per AB, BC, CD, DE iuxta imagines rectangula inscripta BL, CH, DI, EN; Hæc verò tempora,

mi-

*Av. 3. huius.*

minora sunt temporibus iuxta imagines ALKB, BKIC, CIND, INGE (nam velocitates initio decursuum per dictas rectas diximus esse maximas, & quibus consideratur illi motus æquabiles secundum imagines ipsa illa rectangula inscripta) ergo rectangulum MH ad inscriptam figuram BL, CK, DI, EN habebit maiorem rationem, quā tempus per FM iuxta imaginem MH ad tempora simul imaginibus ALKB, BKIC, CIND, DNGE, siue ad tempus iuxta imaginem ALGE ex illis compositam. Ideoque rectangulum MH ad ipsam inscriptam figuram habebit maiorem rationem, quā ad magnitudinem Y, idcirco Y, quæ minor ostensa fuit inscripta figura BL, CK, DI, EN, nunc hac alia via maiorem inuenimus; ergo cum rursus hoc sit absurdum, necesse est magnitudinem Y neque minorem, esse magnitudine ALGE, propterea æquales inter se erūt, atque adeo tempus per FM imagine MN ad tempus per AE imagine ALGE habebit eandem rationem, quam imago MH ad imaginem ALGE. Quod &c.

3. Imagines propositæ sint duæ acuminatæ. Dico nihilominus, tempora iuxta illas imagines per AE, HI esse ut ipsæ imagines ALGE ad HIK, quæ sint inter se homogeneæ ut semper supponetur. Nam si intelligatur alius motus per MF iuxta imaginem rectangulum MFN, qui æquabilis erit, manifestum est ex secundo casu, tempus per AE iuxta imaginem ALGE ad tempus per FM iuxta imaginem rectangulum MH, habere eandem rationem, quam imago ALGE ad imaginem rectangulum MH; & similiter tempus per FM imagine rectangulum MN ad tempus per HI iuxta imaginem HKI habet eandem rationem, quam imago NM ad imaginem HKI, ergo ex æquali tempus per AE ad tempus per HI secundum imagines propositas erit ut imago ipsa ALGE ad imaginem HKI. Quod &c.

4. Demum imagines sint quæcunque, modò sint homogeneæ, ADFB, GHKL: Dico rursus inter se esse ut tempora

Tab. 1. Fig. 7.

Cor. Def. 3  
huius.

Tab. 1. fig. 8.



pora per AB, AK iuxta ipsa imagines. Vel enim hæ imagines sunt simplices, hoc est tantum parallelogrammæ, aut tantum acuminatæ, & tunc supra ostendimus propositum, quemadmodum etiam si vna acuminata, altera parallelogramma; vel non sunt huiusmodi & componentur ex illis.

*Ax. 4. huius.*

*Def. 4. huius.*

*Def. 4. huius.*

*Ex tertia  
parte huius.*

Sint ergo in imagine ADFB partes ab æquidistantibus distinctæ ADEN, OFB acuminatæ & NEFO parallelogrammum, erunt hæ procul dubio inter se, totique imagini homogeneæ; sint pariter in alia imagine partes GHCM, MCKL, per æquidistantem MC distinctæ inter se acuminatæ, quæ itidem inter se, & imagini, cuius sunt partes, homogeneæ erunt. His acceptis, quoniam tempus per AN iuxta imaginem ADEN acuminatam ad tempus per HC iuxta aliam imaginem item acuminatam HGMC, habet eandem rationem, ac imago ADEN ad imaginem GHCM. similiter tempus per HC iuxta imaginem GHCM ad tempus per CK iuxta imaginem acuminatam MCKL est vt illa ad hanc imaginem; componendo, inde per conuersionem rationis, & conuertendo, tempus per HC secundum imaginem GHCM ad tempora simul per HC, CK, quorū imagines GHCM, MCKL, hoc est ad tempus per HK iuxta imaginem GHKL habebit eandem rationem, quam imago GHCM ad imaginem GHCL; & ideo ex æquali tempus per AN, cuius imago ADEN, ad tempus per HK, iuxta imaginem GHKL, erit in eadem ratione, in qua est imago ADEN ad imaginem GHKL. Præterea tempus per AN iuxta imaginem ADEN ad idem ipsum tempus habet eandem rationem, quam imago ADEN ad eandem ipsam; tempus per NO iuxta imaginem rectangulum NEPO ad tempus prædictum per AN est in eadem ratione imaginū NEPO ad ADEN, & similiter tempus per OB iuxta imaginem OPFB habet ad tempus per AN eandem rationem, ac imago OPFB ad imaginem sæpè dictam ADEN; itaque ex lem. 18. Toric. in lib. de dim: parabolæ, erunt tria tēpora per AN,

*Ex 2. parte  
huius.*



AN, NO, OB iuxta imagines deinceps ADEN, NEPO, OPFB, hoc est erit tempus per AB iuxta imaginem ADFB ad simul tria tempora per AN iuxta eandem imaginem ADEN, ut imago ADFB ad triplum imaginis ADEN, & cum tria æqualia tempora per AN ad unicum ex illis sit ut triplum imaginis ADEN ad unicam imaginem; sequitur ex æquali tempus per AB ad tempus per AN iuxta imaginem ADEN habere eandem rationem, quam imago ADFB ad imaginem ADEN: & ostensum fuit tempus per AN iuxta imaginem ADEN ad tempus per HK iuxta imaginem GHKL habere eandem rationem, quam imago ADEN ad imaginem GHKL, ergo rursus, & tandem ex æquali, tempus per AB iuxta imaginem ADFB ad tēpus per HK iuxta imaginem GHKL habebit eandem rationē, quam imago ADFB ad imaginem GHKL. Quod &c.

Corollarium.

*Hinc colligitur, si prima magnitudo ad secundam fuerit ut tertia ad quartam, item alia prima ad aliam secundam ut alia tertia ad aliam quartam, & sic ulterius quoad visum fuerit, sint præterea omnes prima, item omnes tertia inter se æquales, constat, inquam, primarum unam ad omnes secundas habere eandem rationem, ac una tertiæ ad omnes quartas.*

PROP. II. THEOR. II.

**S**patia, quæ curruntur iuxta quascunque homogeneas velocitatū imagines, sunt inter se, ut eadem illæ imagines. Sint primū motus æquabiles, curraturque spatium AB iuxta imaginem velocitatum, quæ rectangulum erit ILMK, spatium verò DE transigatur iuxta imaginem prædictæ homogeneam rectangulum FHNG (nam erunt

Tab. I, Fig. 9.  
Cor. Dif. 3.  
huius.

B ho.

homogeneæ ipsæ imagines, si vt ex Def. 4. huius IL ad HF erit vt velocitas instanti I ad velocitatem mobilis instanti F) Dico spatium AB ad DE esse vt imago rectangulum ILMK ad imaginem rectangulum FHNG. Componuntur ipsa illa rectangula ex ratione altitudinum IK ad FG, & ex ea basium IL ad FH; verum ex iisdem, ea nempe temporū IK ad FG, atque ea velocitatum IL ad FH componitur etiam ratio spatiorum AB ad DE, ergo ipsa spatia erunt vt propositæ imagines.

*Gal. de motu  
æquabili.*

*Tab. 1. fig 10.*

2. Sint nunc motus iuxta imagines, quarum altera acuminata, altera rectangulum sit. Dico rursus spatium AB, quod curritur iuxta imaginem ABCD ad spatium DE, quod curritur iuxta alteram imaginem, esse vt imago ABCD ad imaginem PHNG. Nisi ita sit, erit alia magnitudo Y maior, vel minor imagine ABCD, quæ quidem ad alteram imaginem HPGN habebit eandem rationem, quā spatium AB ad DE. Sit primum maior excessu Z. Circumscribatur; vt egimus in secunda parte primæ huius, figura imagini ABCD constans ex rectangulis æquè altis, excedatque imaginem ABCD excessu minori, quam Z; sit ergo circumscripta illa AE, HF, IG, KG, quam primò facile ostendemus minorem magnitudine Y; nam hæc excessu magis distat ab imagine, quàm circumscripta illa. Præterea si intelligantur tot motus æquabiles, quot sunt rectangula circumscripta, ij nempe, qui fierent temporibus AH, HI, IK, KD iuxta deinceps imagines ipsa rectangula AE, HF, IG, KC interse, & propositis imaginibus homogeneas, velocitates, quibus iisdem motus considerarentur, forent HE, IF, KG, DC, nimirum maximæ imaginum ABEH, HEFI, IFGK, KGCD; Cumque ita sit, longiora spatia currentur iuxta imagines rectangula circumscripta, quàm iisdem temporibus, imaginibusque postremis, hoc est quā tempore AD iuxta imaginem ABCD; obidque spatium AB ad DE, seu magnitudo Y ad imaginem HPGN habebit

*Ax. 2. huius.*



bit minorem rationem, quàm omnes illæ simul imagines, seu quàm circumscripta figura  $AE, HF, IG, KC$  ad eandem imaginem  $HPGN$ ; quare  $Y$ , quæ prius ostensa fuit maior, nunc reperitur minor eadem circumscripta, quod cum fieri nequeat, impossibile etiam est magnitudinem  $Y$  maiorem esse magnitudine imaginis  $ABCD$ . Sit ergo minor, si etiam fieri potest, & defectus ipsius  $Y$  supra  $ABCD$  sit  $Z$ . Inscribebatur imagini figura ex rectangulis æquealtis, ut nempe deficiat ab imagine defectu minori  $Z$ ; sic enim ipsa inscripta, quæ sit  $AB, IE, KF, DG$  erit magnitudine propinquior imagini  $ABCD$ , quàm  $Y$ , ideoque  $Y$  minor erit dicta inscripta figura. Deinde, quoniam, si ponantur motus æquabiles, quorum imagines rectangula inscripta  $HB, IE, KF, DG$ , quæque inter se, & propositis imaginibus sint homogeneæ; velocitates, quibus efficerentur dicti motus, essent  $AB, IE, KF, DG$ , minimæ scilicet imaginum  $ABEH, HEFI, IFGK, KGCD$ , & ideo spatia, quæ percurrerentur temporibus  $HA, HI, IK, KD$  imaginibus illis, maiora essent, quàm quæ ipsidem temporibus transigerentur iuxta imagines prædictis rectangula circumscripta, hinc fit ut spatium  $AB$  ad  $DE$ , seu magnitudo  $Y$  ad imaginem  $HPGN$  habeat maiorem rationem, quàm inscripta figura ad eandem imaginem  $HPGN$ ; quare  $Y$ , quæ minor erat inscripta figura, modò resultat maior, non ergo  $Y$  minor esse potest imagine  $ABCD$ , sed neque maior ut ostendimus, ergo spatium  $AB$  ad  $DE$  erit, ut imago  $ABCD$  ad imaginem  $PHNG$ . Quod &c.

Ex. 2. huius.

3. & 4. Si verò imagines acuminatæ sint, aut demum quæcumque, eodem prorsus modo, quo prima propositione, ostendemus hoc etiam propositum, ergo patet omne intentum.

## Scholium.

Cum prorsus geometricè ostenderimus superiores duas propositiones, utilissimum est observare, quomodo liceat uti temporis instantibus, non ut punctis prorsus geometricis, sed ut quantitibus dicam minoribus quibuscunque datis. Hinc oritur indivisibilium methodus, quæ intelligentiam affert faciliorem, ac si rigori geometrico penitus insisteremus, quamquam ea tamen difficilius Geometras mihi magis decere videantur.

## PROP. III. THEOR. III.

Tab. 2, Fig. 1.

**S**patia, quæ curruntur iuxta quaslibet homogeneas velocitatum imagines, nectuntur ex rationibus temporum, ac æquaticum.

Velocitates æquatrices duorum motuum, quorum imagines velocitatum sint ABCD, EFHI ponantur AG, EL. Dico spatia, seu ipsas imagines componi ex ratione temporum AD ad EI; & ex ea æquaticum AE ad EL. Nam si motus, qui est iuxta imaginem ABCD perseveret velocitate AG, esset quidem æquabilis, idemque spatium illa velocitate, & tempore AD percurreretur, ac secundum imaginem ABCD; Itaque existente rectangulo DE, quod esset imago velocitatum illius motus æquabilis, foret idem æquale imagini ABCD (nam imagines ABCD, & DG homogeneæ sunt) eodem modo imago rectangulum VL æquale esset imagini EFHI. Cum ergo duæ imagines rectangula DE, IL componantur ex rationibus temporum AD ad EI, & ex ea æquaticum AG ad EL; ex iisdem prorsus rationibus etiam imagines propositæ prædictis rectangulis æquales nectentur. Et ideo spatia, quæ propositis imaginibus transiguntur, quæque ipsis proportionalia sunt,

Def. 6. Ax. 1.

Cor. 3. Def. 3.  
huius.  
Pr. 2. huius.



sunt, componentur ex rationibus temporum, & ex rationibus æquatricum.

Corollarium I.

Hinc patet si linea, qua in imagine velocitatum tempus exhibet, applicetur rectangulum aequale propositæ imaginis velocitatum, fore ut latitudo eiusdem rectanguli, sit velocitas æquatrix propositæ imaginis.

Corollarium II.

Item constat, ubi tempora, vel æquatrices velocitates fuerint æquales, rationem spaziorum esse eandem, quæ æquatricum, vel quæ temporum.

LEMMA.

Si qualibet ratio composita sit ex quocumque rationibus, harum qualibet necessest ex proposita, & ex reliquis contrariò sumptis rationibus. Sit A ad B composita ex rationibus E ad F; G ad H; & I ad K. Dico quamlibet istarum puta G ad K constare ex rationibus A ad B, & ex reliquis reciprocè sumptis F ad E, & I ad K. Ut E ad F, ita sit A ad C, & ut D ad B sic I ad K; erit C ad D, ut G ad H; ideoq; C ad D, hoc est G ad

A	E	
C	F	I . K
D	G	
B	H	

H necessest ex C ad A, seu F ad G, & ex rationibus A ad B, B ad D, siue K ad I. Quod &c.

PROP.

## PROP. IV. THEOR. IV.

*Pr. 3. huius.* **T**empora, quibus absoluuntur duo motus componuntur ex ratione spatiorum, & ex reciproca æquaticum. Cum enim spatia componantur ex ratione temporum, & ex ea velocitatum æquaticum, sequitur per prædictum Lemma, quod tempora nectantur ex rationibus spatiorum, & reciproca æquaticum.

*Corollarium.*

*Manifestum est spatia, vel æquatrices velocitates, si sint æquales, esse tempora in reliqua ratione reciproca æquaticum, vel spatiorum non reciproca.*

## PROP. V. THEOR. V.

**Æ**quatrices velocitates componuntur ex rationibus spatiorum, & reciproca temporum.

Cum spatia componantur ex rationibus temporum, & velocitatum æquaticum, manifestum est ex eodem Lemmate, velocitates ipsas necti ex rationibus spatiorum, & reciproca temporum.

*Corollarium.*

*Deducitur, æquatrices velocitates esse ut tempora reciprocè sumpta, vel ut spatia, si altera ratio fuerit æqualitatis.*

## D E F. VII.

*Tab. 2. Fig. 2.*

**S**I in generibus homogeneis AEC, GFK existente AB ad BC sicut GI ad IK, habeat AE ad BD eandem rationem.



tionem, ac GF ad IH, motus, qui fiunt iuxta illas geneses, vocentur inter se similes, & ipsæ geneses dicentur similitum motuum; quod verò attinet ad rectas AE, BD, GF, IH appellabimus applicatas ad homologa puncta A, B, G, I proportionales.

## PROP. VI. THEOR. VI.

**S**I in imaginibus temporum homogeneis, applicatæ vnius fuerint ad homologa puncta, proportionales applicatis alterius imaginis, motus, quorum sunt ipsæ imagines, similes erunt.

Imagines temporum sint &MLABC, &ONGIK, quæ *Tab. 2. fig. 3.* sint homogeneæ, & cum GI ad IK sit vt AB ad BC, habeat quoque AL ad BM eandem rationem, ac GN ad IO. Dico, motus, quorum sunt illæ imagines temporum inter se similes esse.

Sint apud ipsas imagines eorundem motuum geneses, scilicet EAC, FGK inter se homogeneæ. Existente AL ad BM, vt GN ad IO, erit conuertendo BM ad AL vt IO ad GN; sed vt BM ad AL ita ob genesim EA ad DB, & vt IO ad GN, sic FG ad HI. ergo EA ad DB est vt FG ad HI, erat autem vt AB ad BC ita etiam GI ad IK, ergo motus sunt *Def. 2. huius.* *Def. 7. huius.* similes, & ipsæ imagines similitum motuum.

## PROP. VII. THEOR. VII.

**S**I in imaginibus velocitatum vnius, applicatæ fuerint ex punctis homologè sumptis proportionales applicatis alterius imaginis, motus iuxta ipsas imagines erunt similes, ideoque ipsæ imagines similitum motuum. *Tab. 2. fig. 4.*

Velocitatum imagines sint ABCD, NPRT, sitque AB ad EF in eadem ratione, in qua NP ad TR; Dico existentibus etiam BF ad FC, vt PQ ad QR esse propositas imagines similitum motuum. Intelligantur eorundem motuum *ge-*

genesis GHKL, YZ 43. & sit pariter HI ad IK, vt segmentum ABFE ad EFCD. Sit similiter Z  $\star$  ad  $\star$  4 vt segmentum NPQV ad VQRT, ductisque applicatis IM, QV, manifestum est, vt velocitas AB æqualis est velocitati GH, sic EF æqualem fore ipsi IM; nam quia spatium transactum iuxta imaginem ABFE ad spatium transactum imagine EFCD est vt illa ad hanc imaginem, nempe vt HI ad IK, erit mobile instanti F in puncto I, & ideo inibi erit velocitas eadem, quam habet mobile instanti F, scilicet æquales erunt EF, IM. Eodem modo erunt æquales QV,  $\star$  2, & sunt etiam æquales NP, YZ, ergo sicut se habet AB ad EF, ita erit GH ad MI, & vt est NP ad VQ, ita erit YZ ad 2  $\star$ . Præterea concipiatur figura OPRSXO similis ipsi ABCD, scilicet sit CB ad PR vt AB ad OP, vel ( cum sint BF ad FC ita PQ ad QR, vt EF ad homologam XQ, erit segmentum ABFE ad sibi simile segmentum OPQX in duplicata ratione laterum homologorum EF ad XQ, & item in eadē duplicata ratione erunt inter se similia segmenta EFCD ad XQRS, sed cum etiam OPQX segmentum ad NPQV, & XQRS ad segmentum VQRT sint in eadem ratione eiusdem QX ad QV, erit ex æquali segmentum ABFE ad segmentum NPQV, vt segmentum EFCD ad VQRT, & permutando, segmentum ABFE ad segmentum EFCD habebit eandem rationem, ac segmentum NPQV ad VQRT scilicet erit HI ad IK vt Z  $\star$  ad  $\star$  4, ob idque constat genesium applicatas vnus proportionales esse applicatis alterius, quare similes motus erunt, qui fiunt iuxta imagines velocitatum propositas.

## PROP. VIII. THEOR. VIII.

**S**patia, quæ curruntur similibus motibus sunt in ratione composita temporum, & homologarum velocitatum, interquas sunt extremæ, aut primæ.

Ima-



Imagines velocitatum similium motuum sint BCDE, GMKI, & iuxta eas percurrantur spatia A, F. Dico ista componi ex rationibus temporum BE ad GI, & ex ea velocitatem extremarum ED ad IK. Fiat ut BE ad GI, ita BC ad GH, intelligaturque GHIL figura similis ipsi BDE. Quoniam spatium A ad F, hoc est imago BCDE ad imaginem GMKI componitur ex ratione imaginis BCDE ad figuram sibi similem GHIL, & ex ratione huius ad imaginem GMKI: prior ratio est duplicata homologorum laterum BE ad GI, seu est composita ex BE ad GI, & ex huic similiratione ED ad IL, & ratio altera, imaginis scilicet GHIL ad imaginem GMKI est, ut LI ad IK; ergo ex æquali imago BCDE ad imaginem GMKI, hoc est spatium A ad spatium F, componetur ex ratione temporum BE ad GI, & ex rationibus ED ad LI, & IL ad IK, scilicet nectetur ex ratione BE ad GI, & ED ad IK, quæ postrema cum sit ratio velocitatum extremarum ED ad IK; constat, quod proposuimus, spatia similium motuum componi ex ratione temporum, & ex ratione homologarum velocitatum, hoc est extremarum.

Pr. 2. huius.

## Corollarium.

*Si tempora fuerint aequalia, similium motuum spatia erunt ut extrema, vel summa velocitates, & contra, si ista æquales sint, erunt spatia ut tempora.*

## Corollarium II.

*Cum spatia similium motuum nectantur ex ratione temporum & ex ea velocitatum summarum, seu earum, quæ sunt ad instantia similiter sumpta in rectis BE, GI, constat ex lem. infra cor. 2. pr. 3. huius tempora componi ex rationibus spatiorum similium motuum, & ex reciproca dictarum*

C

ve-

velocitatum. Ex eadem ratione patet esse velocitates summas, vel homologas uti diximus in ratione composita distorum spatiorum, & ipsorum temporum.

## Corollarium III.

Quare si altera de duobus componentibus aequalis fuerit, reliqua tantum computanda eris.

## Scholium.

Hinc emergit omnis ferè doctrina gravium cum descendunt prorsus libera, aut super planis inclinatis ad horizontem: nec accidit veritates iam patefactas huc rursus lectoris radio afferre, sed libeat potius, rationem metiendarum imaginum, quamvis longitudine immensarum, nostra methodo exponere.

## D E F. VIII.

Tab. 2. Fig. 6.

**S**int inter binas parallelas AB, GH, et IK, PQ planæ figuræ ABHG, IKQP, & in altera earum ducta altitudine RV, sint inter se ipsæ figuræ talis naturæ, ut cum sit GABH ad segmentum EABF factum per æquidistantem ipsi GH sicut VR ad RT, verificetur semper (ducta æquidistanti NTO ipsi PQ) esse GH ad EF ut reciprocè NO ad PQ. tunc huiusmodi figuras vocabimus inter se auersas.

## Corollarium.

Sequitur ex vi nunc allata deffin., lineam IK tunc esse infinitam, cum AB fuerit punctum, & ideo simul constat figuram IPQK immensam esse longitudine versus K aut I, aut utrinque, si nempe producerentur nunquam coitura linea QP, IK.

PROP.



## PROP. IX. THEOR. IX.

**R**ectangulum sub altitudine, & basi vnus auersarum  
ad ipsam auersam figuram, eandem habet rationē,  
ac altera auersa figura ad rectangulum ex basi in altitudi- *Tab. 7. fig. 7.*  
nem eiusdem huius figuræ.

Sint auersæ figuræ ACB, GFDEG. Dico rectangu-  
lum DF in DE ad figuram GFDEG, eandem habere ratio-  
nem ac figura ACBA ad rectangulum AB in BC. Sint pri-  
mum ABC, FDE anguli recti, & ducta qualibet HI paral- *Def. 8. huius.*  
lela BC, sit BAC ad HIA vt DF ad KF, erit ob naturam  
auersarum KL ad DE vt BC ad HI; itaque si ponatur esse  
quidam motus ab F in D iuxta imaginem velocitatū BAC,  
erit GFDEG imago temporis eiusdem motus; nam imago *Def. 2. huius.*  
BAC ad imaginem HIA est vt spatium DF ad spatium FK *pr. 2. huius.*  
& velocitas BC ad velocitatē HI vt reciprocē KL ad DE.  
Sit etiam alius motus, sed æquabilis, cuius imago velocita-  
tum æqualis sit, & homogenea ipsi BAC, rectangulum ne-  
pe AB in BM, & ideo si fiat BM ad BC sicut DE ad DN,  
concipiaturque rectangulum FD in DN, erit hoc imago *Def. 2. huius.*  
temporis dicti motus æquabilis, homogenea, & æqualis  
imagini GFDEG; nam tēpora, scilicet imagines GFDEG, *pr. 1. huius.*  
FD in DN rectangulum componuntur ex rationibus spa- *pr. 4. huius.*  
tiorum, hoc est imaginum velocitatum inter se æqualium,  
ABM, ACB, & reciproca æquaticum pariter æqualium  
BM, BM. Cum igitur rectangulum FD in DN æquale sit *Cor. pr. 3. huius.*  
imagini, seu figuræ GFDEG, habebit eadem figura  
GFDEG ad rectangulum FD in DE eandem rationem,  
quam DN ad DE, hoc est quam BC ad BM, seu quam re-  
ctangulum AB in BC ad rectangulum AB in BM, aut ad ei  
æqualem figuram ABC; & conuertendo, manifestum est  
quod proposuimus, nempe rectangulum FD in DE ad fi-  
guram GFDEG habere eandem rationē, ac figura ACBA

C 2

ad

ad rectangulum AB in BC. quod erat demonstrandum primo loco.

2. Si verò propositæ figuræ sint quæcunque auuersæ  
*Tab. 2. Fig. 8.* DAE, QPLMQ poterunt hæ reuocari ad quasdam alias  
 FKG, RSZX, quæ sint inter easdem parallelas, queis comprehenduntur propositæ figuræ, ad eo vt existentibus rectis angulis KFG, RXZ sint ipsæ binæ figuræ ab iisdem parallelis interceptæ inter se æqualiter analogæ hoc est ductis æquidistantibus, vt visum fuerit IHBC, VTNO, sint semper interceptæ lineæ IH, BC, & VT, NO æquales: hoc modo non tantum liquet figuras FKG, DAE, nec non RSZX, PQML æquales inter se esse, verum etiam FKG ad IKH esse in eadem ratione, in qua QPLMQ ad QPNOQ, quamobrem ex prima parte, rectangulum ZX in RM ad figuram SRXZS, hoc est rectangulum LM in altitudinem figuræ QPLMQ ad hanc ipsam figuram habebit eandem rationem, quam figura FKG ad rectangulum KF in FG, vel quam figura DAE ad rectangulum DE in altitudinem eiusdem huius figuræ DAE; quo circa constat omne propositum.

*Corollarium.*

*Cor. pr. 18.* Patet in prima parte repertum esse rectangulum FD in DN æquale figuræ GFDEG, licet hæ immense longitudinis sit versus G, & ob id manifestum est, quod quamuis aliqua figura sit sine fine longa, non ideo semper magnitudinem habet infinitam. Et simul illud constat, ubi una auuersarum, seu ubi imago velocitatum, aut temporis sit magnitudine terminata, etiam altera auuersarum, vel imaginum erit huiusmodi &c.

PROP.



## PROP. X. THEOR. X.

**I**N quouis parallelogrammo BD sint deinceps diagona-  
les AGC, AHC, AIC, ALC, aliæque numero infinitæ, Tab. 2. Fig. 9.  
ita vt acta quælibet recta EF parallela BA secās ipsas dia-  
gonales in punctis G, L, H, I, sit semper DA ad AF, vt CD,  
aut EF ad FG; quadratum ex DA ad quadratum AF vt  
EF ad FH; cubus ex DA ad cubum ex AF vt EF ad FI;  
quadroquadratum ex DA ad quadroquadratum ex AF  
vt EF ad FL; & sic continuò procedendo per infinitas ex  
ordine potestates: Stephanus de Angelis Author subtilis,  
ac celeberrimus, libro suo infin. parabolæ vocat trian-  
gulum rectilineum ABC parabolam primam, BAH sec-  
undam; tertiam BAIC, quartam BALC, & ita in infini-  
tum: His definitis docet ex Cauallerio parallelogrammum  
BD ad quancunque dictarum parabolæ sibi inscripta-  
rum esse vt numerus, vel exponens parabolæ vnitæ au-  
ctus ad ipsum exponentem, siue numerum parabolæ, qua-  
re ad primam habebit ipsum parallelogrammum eandem  
rationem, ac 2 ad 1; ad secundam vt 3 ad 2; ad tertiam vt  
4 ad 3, & ita deinceps de reliquis; itaque per conuersio-  
nem rationis habebit ipsum parallelogrammum ad exces-  
sum illius supra quancunque parabolæ dictarum, scili-  
cet ad trilineum primum AGCD eandem rationem, quam  
2 ad 1, ad secundam quam 3 ad 1, & sic deinceps quam  
numerus trilinei vnitæ auctus ad ipsam vnitatem. Sed  
est etiam admonendum verticem dictarum parabolæ  
esse punctum A, & per consequens AB diametrum, & BC  
ordinatim applicatam, seu basim.

PROP.

## PROP. XI. THEOR. XI.

**I**dem adhuc manentibus, idem de Angelis monstrat eodem illo tractatu pr. 3. si quæcunque ex dictis parabolis secta sit qualibet recta parallela basi BC, esse parabolam ad resectam portionem versus verticem, vt potestas basis, cuius exponens est numerus parabolæ vnitæ auctus ad similem potestatem ex basi resectæ portionis; itaque in prima parabola est vt quadratum ad quadratum, in secunda vt cubus ad cubum, & sic de cæteris. Similiter si secetur quodlibet ex infinitis trilineis linea GF basi CD parallela, erit trilineum ad superius sui segmentum vt potestas ex DA, cuius exponens est numerus trilinei vnitæ auctus ad similem potestatem ex AF, quare trilineum primum CAD ad GAF erit vt quadratum ex DA ad quadratum ex FA, secundum CHAD ad segmentum HAF vt cubus ad cubum, & ita in cæteris eodem ordine.

## PROP. XII. THEOR. XII.

Tab. 3. fig. 1.

**S**it modò ACD angulus rectus, & linea FE talis naturæ, vt deductis ad libitum rectis AF, BE parallelis ipsi CD, potestas ex CA ad similem potestatem ex CB sit reciproce vt alia quædam potestas ex BE ad similem huic potestatem ex AF; patet rectas CA, CD nondum iungi cum EF, quamuis in immensum vnâ producerentur. Ab hoc proprietate VVallisius & Fermatius subtilissimi authores vocauerunt curuam FE nouam hyperbolam, & eius asymptotos AC, CD. Omnes huiusmodi hyperbolæ, quæ infinitæ numero sunt, terminantur ad vnâ partem magnitudine, cum hyperbola cõmunis, seu Apolloniaca sit in vtranque partem magnitudine infinita. Quod ergo extremum est, ostenderunt ipsi authores rectangulum FA in AC



AC ad spatium hyperbolicum quā finitum est, licet finē sine longum, eandem habere rationem, quam differentia exponentium potestatum hyperbolæ ad exponentem potestatis minoris. Quare si in hyperbola sit ut cubus CB ad cubum CA ita quadratum AF ad quadratum BE, erit prædictum rectangulum CA in AF dimidium Spatii finē sine producti A & FA; at si quadratum CB ad quadratum CA sit ut recta AF ad rectam BE, rectangulum ipsum CA in AF æquale erit spatio A & FA, quod si potestas CA vel CB non fuerit altior potestate ex BE, vel AF, tunc ipsum illud spatium, infinitum quoque erit magnitudine, etenim nullus excessus exponentis prædictæ potestatis ex CA supra exponentem potestatis BE, habet ad numerum exponentis potestatis BE rationem infinitam.

## DEMONSTRATIO.

**S**Vprædictum propositum habetur in commercio epistolico Ioannis Vallisij Epistola quarta, quem libellum vnā cum alijs doctissimis suis operibus Vincentius Viuianus ingens æui nostri Geometra, antequam summa cum humanitate misisset, eidem ipsi quadraturam vnus ex dictis hyperbolis ex nostris principijs deductam, ac excogitatam, indicauimus. Cum verò postea nobis euenisset vniuersaliorem ad alias hyperbolas (semper communi excepta) accommodatam reperijisse, huc debemus afferre, primum ut quendam fructum scientiæ huius; deinde cum dictorum authorum ipsam propositionis demonstrationem non habuerimus, & demum quia ipsarum hyperbolarum mensura, ac quadratura in aquarum rationibus erunt potissimum ex usu. Sit igitur BC vna ex infinitis hyperbolis, quarum asymptoti AE, EL; Sint etiam quæcunque applicatæ AB, DC asymptoto EL æquidistantes, & habeat DE ad EA eandem rationem v. g. quam cubus ex AB ad cu-

Tab. 3. Fig. 3.

Tab. 3. fig. 2.  
Def. 8. huius.

cubum DC. Patet si proponeretur illi auersa figura FGK, essetque AE ad DE. vt figura GFK ad figuram IHK, esse etiam FG ad IH vt DC ad AB, est autem cubus ex DC ad cubum ex AB vt AE ad ED; ergo etiam figura FGK ad IHK ( sunt enim FG, IH parallele ) habebit eandem rationem, ac cubus ex FG ad cubum ex IH: Itaque GFK erit comunis parabola, hoc est quadratica, seu secunda in serie infinitarum parabolarum, & ob id eadem GFK parabola ad rectangulum GF in FK erit vt 2 ad 3, in qua ratione se habebit quoque rectangulum BA in AE ad spatium infinite longum & BM, et erit vt 2 ad 1; scilicet vt excessus exponentis maioris potestatis, quæ cubica est, super numerum exponentis, qui hoc casu est tantum unitas radice, est ad hunc ipsum exponentem, seu unitatem lineæ indicantem, quod concordat cum proposita dictorum authorum.

Pr. 10. huius.

Pr. 9. huius.

### Exemplum aliud.

In eadem figura.

Def. 8. huius.

Si etiam cubus ex DE ad cubum ex AE, sicut quadrato quadratum AB ad quadroquadratum DC, & rursus proposita GKF auersa huius hyperbolæ: patet si sit AE ad DE vt figura GFK ad figuram IKH, esse etiam FG ad IH vt DC ad AB; cumque sit cubus ex AE ad cubum ex DE sicut quadroquadratum ex DC ad quadroquadratum ex AB, erit etiam quadroquadratum ex FG ad quadroquadratum ex IH, vt cubus ex AE ad cubum ex DE; si igitur intelligatur quædam ratio, quæ sit subduodecupla ram rationis quadroquadratorum quàm huic similis cuborum prædictorum, erit porro FG ad IH triplicata, & AE ad ED quadruplicata eiusdem dictæ subduodecuplæ; quàmobrem etiam ratio figuræ GFK ad figuram IKH, quæ esse debet vt AE ad ED, erit quadruplicata eiusdem subduodecuplæ: & ideò si ponamus FK ad KI in ratione eius.



eiusdem subduodecuplæ, erit figura GFK illius naturæ, ut  
 sit semper cubus ex FK ad cubum ex KI sicut GF ad IH, &  
 hoc modo eadem illa figura erit trilineum tertium, seu cu-  
 bicum, ex quo ergo sequitur, GFK ad HIK sit in eadem ra-  
 tione, in qua quadroquadratum ex FK ad quadroqua-  
 dratum ex KI, hoc est sit ut AE ad ED; sequiturque etiam  
 ob hoc figuram GFK subquadruplam esse circumscripti  
 rectanguli GF in FK; est autem ut trilineum GFK ad rectan-  
 gulum GF in FK circumscriptum, sic rectangulum ABME  
 ad auersam eidem trilineo figuram AB & EA, ergo re-  
 ctangulum ABME subquadruplum erit eiusdem figuræ  
 AB & EA longitudinis infinitæ, quare ipsum rectangulum  
 erit subtripulum portionis & BM & longitudinis pariter im-  
 menlæ. Cum ita sit, constat exemplo hoc quoque, eandem  
 illam rationem esse excessum maioris exponentis supra  
 minorem exponentem ad hoc ipsum, dictarum potestatum  
 hyperbolæ.

Pr. 10. huius.

Pr. 10. huius.

Pr. 9. huius.

## PROP. XIII. THEOR. XIII.

Superior demonstratio effecta fuisset amplissima, si præ-  
 ponere voluissemus quadraturam ut datam omnis ge-  
 neris parabolæ, & trilineorum, verum cum ista pars non  
 sit plenè tradita, ut videre est quinto libro infinitarum pa-  
 rabolarum eiusdem de Angelis, fatius ideo duximus qua-  
 draturam hyperbolarum à VValisio, & Fermatio acutissi-  
 mis illis viris propositam omnino veram admittere, ut inde  
 eam parabolæ & trilineorum vniuersalem, quam adhuc  
 ab alijs non habemus, facillimè, compendiosèque depromeremus.  
 Hanc igitur ita proponimus ut subinde ostendamus.

Si similes potestates applicatarum fuerint in eadem ra-  
 tione, ac sunt inter se potestates quædam aliæ, & eiusdem  
 gradus diametrorum ab ipsis applicatis abscissarum usque

D

ad

ad verticem parabolarum, vel trilineorum; erit rectangulum ad parabolam sibi inscriptam ut aggregatum exponentium utriusque potestatis ad exponentem altioris ipsarum potestatum parabolæ; & ad trilineum ut aggregatum exponentium potestatum trilinei ad exponentem inferioris potestatis eiusdemmet trilinei. Sic enim in exposita figura prædicta, si esset quadratum ex FG ad quadratum ex IH, sicut cubus ex FK ad cubum ex IH, esset rectangulum GF in FK ad figuram GFK (quæ tunc foret trilineum, ut 5 ad 2; nam ubi potestas abscissarum maior est illa applicatarum est semper GF trilineum. Simili modo, si sit ut quadratum ex FK ad quadratum ex KI ita cubocubus ex FG ad cubocubum ex IH; hoc est si sit cubus ex FG ad cubum ex IH, ut linea FK ad KI (tolluntur enim utrinque ex similibus similes rationes) erit figura GFK parabola, ad quam sibi circumscriptum rectangulum eandem habebit rationem, quam 4 ad 3, & sic dicendum erit de omnibus alijs parabolis atque trilineis.

#### DEMONSTRATIO.

**V**erùm ut propositum ostendamus, esto quælibet ex parabolis GFK, nimirum quadratocubus ex FG ad quadratocubum ex IH habeat eandem rationem, quam cubus ex FK ad cubum ex IK. Demonstro, rectangulum GF in FK habere eandem rationem ad parabolam GFK, quam aggregatum exponentium 8 ad maiorem exponentem 5. Primum, quam rationem habet rectangulum GF in FK ad parabolam GFK, eandem habebit rectangulum HI in IK ad parabolam HIK (hoc enim demonstrabimus infra) permutandoque, erit rectangulum GF in FK ad rectangulum HI in IK, ut parabola GFK ad parabolam HIK; componuntur verò illa rectangula ex rationibus GF ad IH, & FK ad IK, ergo etiam parabola ad parabolam compo-



ponetur ex iisdem rationibus; & quoniam ductis inuicem exponentibus possunt considerari quindecim rationes inter se similes, ex quibus constet tam ratio dictorum cuborum, quàm huic similis altera quadratocuborum, & tunc GF ad IH erit triplicata, et FK ad KI quintuplicata eiusdē subquindecuplæ rationis, quæ sit A ad B; ergo simul additis iisdem rationibus, quintuplicata scilicet, & triplicata exiliet ratio octuplicata ipsius A ad B; proptereaque parabola GFK ad HIK, seu si consideremus figuram & BAEL auersam parabolæ GFK, ita ut AE ad ED sit ut parabola GFK ad parabolâ HIK; AE ad ED erit pariter octuplicata eiusdem A ad B; & cum sit ob naturam auersarū FG ad HI ut DC ad AB; erit DC ad AB triplicata eiusdē rationis A ad B, quare ut cubus AE ad cubum DE, ita quadratocubocubus DC ad quadratocubocubum ex AB; rectangulum igitur ABME ad spatium hyperbolicum infinîtè longum & BM & erit ut quinque ad tria, & ad vniuersum spatium & BAE & ut 5 ad 8, in qua nempe ratione debet esse parabola GFK ad rectangulum GF in FK. Quod &c.

Def. 8. huius.

Pr. 12. huius.

Pr. 9. huius.

## Corollarium.

Constat si fuerit ratio A ad B eò submultiplicata rationis applicatarum, quoties est numerus exponentis potestatis abscissarum eiusdem parabola, esse ipsam parabolam ad sui portionem in tam multiplicata ratione A ad B, ac est numerus aggregati exponentium ambarum potestatum parabola. Nam cum esset quadratocubus ex FG ad quadratocubum ex IH, sicut cubus ex FK ad cubum ex IK, proposita insuper esset A ad B, subquindecupla alterius dictarum similium rationum ex potestatibus parabola, ostensum fuit rationem A ad B subtriplicatam ipsius GF ad IH, & subquintuplicatam alterius FK ad KI, & tandem ostendimus parabolam GFK ad portionem

D 2

eius

eius  $HIK$  esse in octuplicata ratione eiusdem  $A$  ad  $B$ ; quod idem omnino diceretur si figura  $GFK$  trilineum esset. Ratio autem  $A$  ad  $B$  dicitur imposterum logarithmica potestatum parabola, seu trilinei, aut hyperbola.

## A S S V M P T V M.

Tab. 3. Fig. 2.

**R** Eliquum est ut ostendamus, parabolam  $GFK$  ad portionem  $HIK$  esse ut rectangulum  $GF$  ad rectangulum  $HI$  in  $IK$ , scilicet esse in ratione composita basium, & altitudinum parabolarum, quod nempe sic ostendetur, Sit ut supra  $FGK$  parabola, eiusque portio  $IHK$ ; existentibus verò applicatis  $FG$ ,  $IH$ , fiat  $EG$  ad  $IE$  ut  $FK$  ad  $KI$ , sitque  $IE$  basis, et  $K$  vertex parabolæ  $IEK$  similis ipsi  $GFK$ ; patet propter similitudinem figurarum, esse parabolam  $GFK$  ad parabolam  $IEK$  in eadem duplicata ratione  $FG$  ad  $IE$ , in qua nempe est rectangulum  $GF$  in  $FK$  ad sibi simile rectangulum  $EI$  in  $IK$ , ob idque rectangulum  $GF$  in  $FK$  ad rectangulum  $EI$  in  $IK$ , cum sint inter se ut parabola  $GFK$  ad parabolam  $IEK$ , hæc verò parabola ad ipsam  $IHK$  habeat eandem rationem, ac  $IE$  ad  $IH$ ; seu ob eandem altitudinem  $IK$  ut rectangulum  $EI$  in  $IK$  ad rectangulum  $HI$  in  $IK$ , erit ex æquali parabola  $GFK$  ad parabolam  $HIK$  ut rectangulum  $GF$  in  $FK$  ad rectangulum  $HI$  in  $IK$ . Quod &c.

## PROP. XIV. THEOR. XIV.

Tab. 2. fig. 3.

**I** N quacunque hyperbola (excepta semper conica) cuius asymptoti  $EA$ ,  $EM$ , si sit potestas applicatarum  $DC$   $AB$  altior potestate abscissarum  $AE$ ,  $ED$  (sic enim finita erit magnitudine secundum eam asymptoton, quæ applicatis parallela est) spatium ipsum hyperbolæ &  $BAE$  & ad sui portionem &  $CDE$  & habebit eandem rationem, ac rectangulum  $BAE$  ad rectangulum  $CDE$ , seu (assumpta

ra-



ratione logarithmica A ad B potestatum hyperbolæ ) quā potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentiū potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B.

## DEMONSTRATIO.

**Q**uam rationem habet rectangulum BAE ad spatium & BAE &, eandem habet rectangulum CDE ad spatium & CDE, & permutando erit rectangulum BAE ad CDE, sicut spatium & BAE & ad spatium & CDE &; si igitur in eadem proposita hyperbola sit potestas applicatarum DC, AB quintuplicata ipsius A ad B, & AE ad ED septuplicata sit eiusdem; erit septuplicata applicatarum in eadem ratione, ac quintuplicata abscissarum; scilicet quadratoquadrato cubus ex DC ad similem potestatem ex AB erit ut quadrato cubus ex AE ad quadrato cubum ex DE, eritque sic maior potestas applicatarum, atque adeo componetur rectangulum EAB ad EDC ex septuplicata ipsius A ad B, qualis est AE ad ED, & subquintuplicata eiusdem A ad B, quæ est AB ad DC; nimirum erit rectangulum EAB ad EDC in duplicata tantum ratione ipsius A ad B: quare spatium & BAE & ad id & CDE &, quæ sunt inter se, ut ipsa rectangula, erit ut potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentium & S. potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B. Quod &c.

## PROP. XV. THEOR. XV.

**S**i ab exponente potestatis applicatarum hyperbolæ detrahatur exponens minoris potestatis abscissarum, potestas reliqui exponentis erit applicatarum auersæ figuræ, in abscissis verò adest utrobique eadem potestas. Itaque cum in superiori hyperbola residui exponentis potestas quæ

quadratum esset, porro in eius auversa esset potestas applicatarum quadratica, & abscissarum quadratocubica.

### DEMONSTRATIO.

Tab. 3. Fig. 3.

**E**Sto rursus hyperbola & BAE &, et sicut dictum est AE ad ED sit in septuplicata ratione logarithmicæ rationis A ad B, at DC ad AB in quintuplicata, videlicet quadratocubus ex AE ad quadratocubum ex DE eandem habeat rationem, ac quadratoquadratocubus ex DC ad similem potestatem ex AB; Dico in auversa figura potestatem applicatarum esse quadratum, cuius exponēs 2 est differentia exponentium potestatum hyperbolæ; potestatem verò abscissarum eandem esse, abscissarum eiusdem hyperbolæ. Sit ut supra FK ad KI ut hyperbola & BAE & ad & CDE &, hoc est, sit ut potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentium potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B, & ideo FK ad KI erit duplicata ipsius A ad B, sed DC ad AB eiusdem illius logarithmicæ quintuplicata; estque in hac eadem ratione etiam GF ad IH; ergo cum duplicata huius sit similis quintuplicatæ KF ad KI (nam utraque ratio continet decies A ad B) patet, quadratum ex FG ad quadratum ex IH esse eam potestatem, quam proposuimus euenire in applicatis auversæ, cum aliàs in abscissis sit utrobique potestas eadem, nempe quadratocubi. Quod &c.

Pr. 14. huius.

### Corollarium.

*Patet ex noto trilineo, vel parabola FGK esse in auversa, scilicet in hyperbola & BAE & (que tunc est semper magnitudine finita iuxta asymptoton EM &) potestatem applicatarum, que pro exponente habet summam exponentium potestatum parabole, aut trilinei; nam cum esset in trilineo precedenti qua-*



*quadratum ex FG ad quadratum ex IH ut quadratocubus ex FK ad quadratocubum ex IK, fuit equidem in hyperbola quadratoquadratocubus ex DC ad quadratoquadratocubum ex AB sicut quadratocubus ex AE ad similem potestatem ex DE, scilicet inuariata potestate abscisarum in ambabus auuersis. Quare ex potestatibus notis unius auuersarum facile inotescent potestates alterius, atque etiam illius magnitudo. Nunc redeamus ad motus, nouamque adhuc methodum, quam hoc loco reseruauimus, afferamus.*

## D E F. IX.

**S**It quædam Genesis ACBH, cuius imago temporis & DCB & ; item sit FCBK genesis alterius motus ab eodem C in B; & actâ rectâ OIGE ipsi AFCD parallela, ponantur CD, GE loco minimorum temporum, ita ut tempore CD, dum mobile ex C affectum velocitate CA, currat minimum spatiolum indicatum per C, cui est æquale spatiolum aliud indicatum per G, quodque transigitur tempore GE velocitate GD (nam ut essent illa spatia in C, G æqualia, effectum fuit ut velocitas AC ad GD eandem reciprocè rationem haberet, ac tempus GE ad CD, id quod patet ex natura genesis ACBH, & imaginis & DCB & ) et hic rursus notatu dignissimum est nulli errori obnoxium esse, quòd æquabiles in illis minimis spatiolis intellexerimus motus, quamuis potius deberet videri, in iisdem interuallis reperiri innumeras, ac inæquales velocitates, queis nempe efficerentur motus inæquabiles, quòd geneses inæquabiles sint. Cur ista se ita habeant, hic non est nobis disputandum, ego enim puto, non ex indiuisibili velocitates alijs succedere, sed reuera minutulum temporis considerari debere antequam motus diuersimodè procedat, nempe ac si velocitas, quæ succedere debet priori, non ita sit in promptu, aut non ita statim mobile afficiat ad mo-

Tab. 3. fig. 4.

motum sibi proportionatum. Sed linquamus hæc alijs disputanda: satis nobis sit, methodum nostram, quoad nostrum est, demonstrare. Ijs igitur ut supra propositis, concipiatur adhuc tempore CD velocitate FC spatium exigui quoddam, item aliud tempore EG, velocitateque GI, & sic per omnes quasunque applicatas: quæritur, quod spatium, ultimò exactum esset, hoc est quam rationem id haberet ad illud alterum spatium, quod eodem tempore transigitur iuxta genesim HACB, cuius imago temporis CD & B. Isti duo motus in exemplo essent, si in quodam plano moveretur formica, dum ipsum planum una eius extremitate immobili circumduceretur, Sic formica difficilius ascenderet prout ipsum planum magis ad horizontem erigeretur. Iam motus extremitatis plani circumactæ habet genesim ACBH, cuius temporis imago & DCB&, et altera genesim FCBK tribueretur motui formicæ, nam ut dictum est varius motus formicæ pendet ex latione plani, ideò velocitates eiusdem (nam in plano immobili ponimus æquabiliter ferri) durant iisdem temporibus, quibus velocitates præcipuæ genesim ACBH. Sit denique LMSR imago velocitatum iuxta genesim ACBH, cuius temporis imago CD & B; patet si sit MP ad PS sicut imago temporis CDEG ad imaginem & BGE&, fore LM ad PQ ut AC ad OG, & concepta etiam figura MNOTS inter parallelas LMN, RST ita ut sit semper MN ad PO sicut FC ad GI, nec non LM ad MN ut AC ad FC. (sunt enim initio motuum in C, aut instanti M, velocitates genesim AC, CF, scilicet LM, MN; & in G, hoc est instanti P sunt velocitates OG, GI; nimirum QP, PO) vocetur proinde genesim FCBK spuria, ac adstricta imaginis temporis & DCB&, cuius imago velocitatum MNTS pariter spuria, homogenea tamen ipsi legitimæ LMSR.

PROP.



## PROP. XVI. THEOR. XVI.

**S**I sint duo motus iuxta geneses legitimam, & spuriam, erunt mobilium exacta spatia, ut imagines interse homogeneæ velocitatum, legitima ad spuriam.

Esto genesis legitima ACBH, cuius imago temporis *Tab. 3. Fig. 4.* & DCA&, & imago velocitatum MLRS. Sit etiam genesis altera illi homogenea, sed spuria, & adstricta imagini temporis & DCB&, cuius imago velocitatum spuria, priorque legitimæ homogenea NMST. Dico, spatia iuxta has imagines transacta esse ut ipsæ imagines legitima LMSR ad spuriam NMST. Cum temporis momenta M, P intelligantur ex minimis temporibus, quæ proponi possunt, interse æqualibus, & quibus æquabiliter perdurant velocitates, quas mobile sortitur in aduentu suo in punctis C, G, erit ut velocitas FC ad velocitatem GI sic interse spatia, quæ istis velocitatibus, temporibusque illis æqualibus percurrerentur, in qua ratione est etiam NM ad OP. Deinde momento M peragerentur spatia proportionalia velocitatibus FC, AC, seu rectis NM, ML, momento autem P spatia proportionalia velocitatibus GI, GD, in qua ratione est etiam OP ad PQ, & sic deinceps procedendo per singula temporis MR momenta, adeo ut, cum spatium velocitate FC exactum ad id velocitatem CA, sit ut NM ad ML, spatium velocitate IG ad id exactum velocitate GD sit ut OP ad PQ, & sint præterea primæ interse, hoc est spatia velocitatum FC, GI transacta, proportionalia tertijs, spatijs videlicet transactis velocitatibus ML, PQ ergo ut omnes primæ ad omnes tertias quantitates, hoc est omnia spatia transacta iuxta genesim FCBK ad omnia spatia iuxta genesim ACB, ita erit summa secundarum ad omnes quartas, scilicet ista erit imago NMST ad imaginem LMSR. Quod &c.

E

LI-

## LIBER ALTER

D E

## Motu Composito.



Orum appellamus compositum, vbi dum fertur mobile, consideratur habere plures in diuersas partes, vel etiã in eandem partem conatus, ex quibus oriatur tertia vis distincta ab illis. Hunc librum, cum expleuerimus, non pauca vnã cum priori, dicta erunt de motu, eritque ea methodus, qua simul geometrica quædam, difficilima scitu satis breuiter ostendemus. Nam vibrationes pendulorum exigi temporibus; quæ sint in subduplicata ratione longitudinum eorundem, planè tandem constabit aliàs nobis dissentientibus: aperiemus etiam, qua arte intelligi queant anguli rectilinei curuilineis æquales; nec non exponemus parabolas quibusdam spirales æquales, vt est vulgata spirali Archimedea, cum videlicet basis parabolæ radio circuli spiralem continentis, & dimidium huius circumferentiæ circuli altitudini eiusdem parabolæ, æquales sint.

## PROP. I. THEOR. I.

Tab. 4. Fig. 1.

**S**I in eadem recta linea currantur spatia temporibus æqualibus, & sint motus simplices, ac ad easdem partes tendentes, eadem illa spatia simul motu composito, ab eodemque mobili duabus illis genefibus affecto, vnicoque ex dictis temporibus æqualibus, excurrentur.

Cur.



Curratur LI iuxta imaginem velocitatum HAEF, et IO iuxta aliam dictæ homogeneam BAED. Dico LO summam dictorum spatiorum LI, IO exactum iri vnico tempore AE, si nempe mobile feratur secundum vtranque imaginem.

Per quodlibet punctum, seu temporis momentum M agatur recta GMC parallela HB, vel FD. Habebit mobile momento A, dū scilicet mouetur motu composito duas simul velocitates AH, AB, idest vnicam HB. Similiter momento M habebit GC, & momento E ipsam FD. Itaque erit HBDF imago velocitatum compositi motus, qui fiet tempore AE iuxta imaginem, quæ aggregatum est dictarū HAEF, ABDE. Est verò LI ad IO vt imago HAEF ad imaginem ABDE; ergo conuertendo, componendoque, erit vt LI ad LO, sic imago HAEF ad imaginem HBDF; propterea quemadmodum spatium LI currebatur iuxta imaginem HAEF, sic LO percurreretur imagine HBDF solo, eodemque tempore AE. Quod &c.

Def. 3. prima.

Corollarium.

Hinc patet graue perpendiculariter, violenterque deiectum minimè ad terram venturum aggregato virium, quarum vna est ab impellente impressa, altera verò à gravitate dependēs. Nam ex impartita vi celerior fit casus, quam vt graue in decursu suo possit ex acceleratione naturali eum gradum acquirere, quem certè sponte sua tantum descendens in fine eiusdem altitudinis adeptum esset. Hoc ita verum est, vt aliquando minimum intersit, inter impetum ab ambabus causis prouenientem, & eum, qui a sola oritur gravitate, quamobrem parum is proficeret, qui conaretur maiorem impetum componere in casu grauis, illi nempe adiecta vi, mobile idem in decursu impellente, vltra natiam gravitatem, quod tamen fieri haud dubiè posset, si casus obliquus esset.

E 2

Illud



Illud quoque hac occasione aperiendum est, graue naturaliter descendens eò concitatiùs ferri, quoad potentia resistentis aeris (validior namque ista fit, ubi mobilis casus est celerior) vi grauitatis mobili inharenti exa quatur, tunc enim causa ulterioris accelerationis adempta est, consumiturque in luctatione aeris contranitentis: quare tunc graue progrediretur aquabili motu, id quòd citiùs euenire deberet si graue intra aquam descendat.

## PROP. II. THEOR. II.

**S**I in eadem recta duos motus sibi contrarios, simplices, ac eodem tempore peractos intelligamus, mobile differentiam illorum spatiorum, si utroque motu esset affectum, percurreret.

Tab. 4. Fig. 2.

Curratur à puncto L spatium LO imagine velocitatum ABFG, & eodem tempore curratur etiam recta OM ex puncto altero O, scilicet contrario motu, & iuxta imaginē AHIG prædictæ homogeneam. Dico mobile, còposito ex utrisque motu, & tempore ipso AG cursurum differentiam LM dictorum spatiorum LO, OM.

Tab. 4. Fig. 2.

Primum intra parallelas AB, GF non se secant lineæ BF, HI, & ducatur quælibet DC æquidistans AB, vel GF, quæ secet HI in E. Manifestum est, mobile, composito motu feratur habere duplicem velocitatem, vnam AB alteram illi oppositam AH, ob idque moueri versus O sola velocitate HB differentia dictarum interse pugnantium velocitatum: pariter momento D feretur mobile velocitate EC differentia duarum DE, DC, & instanti G habebit differentialem IF; ex quo sequitur figuram BHEIFCB, differentiam imaginum ABFG, HAGI, aptaram tempori AC imaginem esse velocitatum compositi motus. Hoc posito habebit LM ad LO eandem rationem, ac BHIF ad ABFG; Propterea LM, quæ est differentia spatiorum LO, MO

Def. 3 prima.

Pr. 2. prima huius.



MO curretur iuxta imaginem BHIF, nempe composito motu, & tempore AG.

2. Se nunc secent lineæ BF, HI in C. Ducatur CD parallela alteri æquidistantium AB, GF. Constat ex prima parte, quod mobile composito motu, & iuxta imaginem HBC feretur versus O tempore AD; sit ergo spatium, quod curreretur illa imagine, PR, & ob id LO ad PR eandem habebit rationem quam imago ABFG ad imaginem HBC.

Tab. 4. fig. 3.

Pr. 2. prima

Similiter dum mobile mouetur tempore DG iuxta imagines DCIG, DCFG, feretur verè secundum imaginem FCI versus L, quamobrem si spatium, quod exigeretur hac imagine sit RQ, habebit istud ad LO eandem rationem, quam imago CFI ad imaginem ABFG, & ideo ex æquali QR ad PR se habebit vt imago CFI ad imaginem HBC; si igitur ponatur ABFG maior imagine AHIG, demprà communiter AHCFG relinquetur HBC maior imagine CEI, & ideo etiam PR maior QR: curritur verò PR versus R tempore AD, & RQ versus P tempore DG, ergo toto tempore AG curretur PQ differentia spatiorum PR, RQ. Cum verò HBC ad CFI, sit vt PR ad RQ, erit diuidendo vt excessus imaginis HBC supra imaginem FCI ad imaginem istam, ita PQ ad QR, & ostensum est QR ad LO, sicut imago FCI ad imaginem ABFG, ergo ex æquali excessus imaginis HBC supra imaginem AHIG habebit eandem rationem ad imaginem AHIG, ac PQ ad LO, at est in illa eadē ratione etiam LM ad LO (est enim LO ad MO vt imago ABFG ad imaginem AHIG) ergo PQ erit æqualis LM, atque adeo mobile dum currit vtroque motu, hoc est iuxta simul duas imagines propositas contrariorum motuum, peraget spatium LM versus O secundum imaginem, quæ differentia est propositarum ABFG, AHIG, tempore AG. Quod &c.

Ex prima parte.

Pr. 1. prima.

Co-

## Corollarium.

*Deducitur, mobile nullum spatium emensurum, ubi imagines simplicium motuum fuerint æquales.*

## PROP. III. THEOR. III.

*Tab. 4. Fig. 4.*

**R**eperire eam velocitatem, eamque directionem, quæ orirentur, si mobile pluribus eodem momento velocitatibus, seu conatibus affectum esset. Oportet autem non solum has velocitates, verum etiam earum directiones manifestas esse.

Habeat mobile A, eodem momento conatum AB, quo tendat in R; AC, quo in C; & AD, quo in D. Quæritur velocitas, & directio, quas mobile habiturum esset in multiplici illa affectione (Nam actu vnam velocitatem, vnamque tantum directionem fortiri debet) Ex duabus quibusque AD, AC intelligatur perfici parallelogrammum ACED, & ducta diametro AE fiat itidem aliud parallelogrammum ABFE, cuius agatur diameter AF. Dico AF esse quæsitam velocitatem, ac directionem, quibus mobile ex illis pluribus conatibus motum suum institueret.

*Gal. pr. de motu æquab.*

Si mobili A currendum esset æquabili motu spatium AE, pertransiret eodem tempore tam rectam AD, quam ipsam AC; nam cum fertur ab A in E verè descendit ab A in C, & ab A in D motu pariter æquabili; ergo AD ad AC, erit ut velocitas, qua curritur per AD ad velocitatem, qua curritur per AC. Itaque si mobile dum est in A intelligatur affectum velocitatibus AD, AC habentibus directiones ipsas rectas AD, AC, perinde esset, ac si sola foret mobili velocitas vnâ cum directione AE. Eadem ratione AF velocitas habens directionem AF, æquipollebit duabus velocitatibus AB, AE iuxta directiones rectas eadem



dem AB<sup>AE</sup>; hoc æquiualebit tribus AB, AC, AD. Mobile igitur ex affectione trium illorum conatum, ut suppositum fuit, nitetur secundum AF velocitate ipsa AF Quod &c.

## D E F. I.

**A**ccelerationem alicuius motus, tunc intelligimus, cum velocitates, quæ subinde mobili adueniunt, non delentur, sed prorsus integræ, atque indelebiles mobili in ipso motu perseverant. Ex quo sequitur motum simplicem dici, cum præteritæ velocitates protinus euanescent, illæque tantum considerantur, quæ mobili subinde oriuntur.

## PROP. IV. PROB. II.

**I**maginem accelerationis cuiuscunque simplicis motus exhibere,

Imago velocitatum simplicis motus esto rectangulum AFDC: sic motus est æquabilis, ut acceleretur debent instanti C vigere omnes velocitates in imagine AFDC comprehensæ, & item ducta quacunque BE parallela AF, vel CD, erit mobile momento B affectum omnibus antecedentibus velocitatibus, comprehensis nempe ab imaginis portione AFEB; quare si ponamus HLG imaginem esse accelerationis, ita ut nempe tempus GL æquale sit temporis AC; item KL æquale temporis AB, erit ut figura CAFD ad figuram BAFE, sic velocitas, qua mobile fertur momento G ad velocitatem, quam habet instanti K; & ideo quia ponitur imago simplicis motus rectangulum AFDC, erit rectangulum CF ad BF, hoc est recta CA ad AB immò LG ad LK, ut GH ad KI; quamobrem GLH imago velocitatum huiusmodi motus, erit triangulum. Quod si imago

Tab. 4. fig. 1.  
Cor. def. 3. primi.  
Def. 1. huius,

Def. 2. primi.

go simplicis motus fuisset triangulum, imago velocitatum accelerationis foret trilineum secundum, & ita proportionaliter de infinitis numero accelerationibus.

Corollarium.

*Hinc obiter habemus, quo pacto imago velocitatum corporum naturaliter descendendum triangulum sit. Nam quolibet momento sui casus habet graue idem in se principium motus, seu gravitas, ex qua concipitur imago simplicis motus si nempe priores gradus velocitatis subinde deperirent, at quia in eius descensu prorsus perseverant (id enim supponitur abstrahendo ab aere) inde motus concitatur, & fit uti diximus imago accelerationis triangulum.*

A X I O M A

**Q**uolibet linea, ut fluxus puncti concipi potest.

A X. II.

**V**T proposita linea ex fluxu puncti exarètur, duò tantum necessaria sunt, scilicet motus, & puncti directio.

PROP. V. THEOR. III.

**R**ecta, quæ priùs descripta est, potest alijs à primis velocitatibus, rursus exarari.

Nam punctum potest fluere secundum quamcunque rectam, quocunque motu, ergo illam potest etiam quibuscunque velocitatibus affectum rursus exarare.

PROP.



## PROP. VI. THEOR. IV.

**V**T eadem recta ex fluxu puncti renouetur, oportet in quocunque illius puncto seruari pristinas directiones,

Cum, vti diximus, ad descriptionem lineæ duo tantum exigantur, nempe motus, & puncti directio; motus verò potest esse quilibet, sequitur ergo directionem, alteram de duobus, seruari debere. *Ax. 2. huius. pr. 5. huius.*

## D E F. II.

**L**ineam dicimus curuam, in qua sumptis duobus adlibitum punctis, recta, quæ ipsa puncta coniungeret, nullam cum proposita linea partem sit habitura communem.

## PROP. VII. THEOR. V.

**D**irectiones puncti describentis lineam, iuxta rectas lineas concipi debent.

Dum punctum fluere intelligimus, inest in eo singulis momentis certus, ac præfixus gradus velocitatis, quo tantum attento, recta, æquabiliq; motu in certam partem contenderet; at huiusmodi iter, aliud non est, quam directio puncti, qua eius temporis momento proficiscitur; ergo iuxta rectas lineas, directiones omnes considerari oportet.

## PROP. VIII. THEOR. VI.

**T**angens, & directio motus in quouis curuæ puncto est vna, atq; eadem recta.

Nam in descriptione cuiuscunq; rectæ procedit punctum *Pr. 7. huius.*

F

ctum

ctum iuxta tendentias rectas, obliquatur tamen ob subsequentes, aliò tendentes nifus, & ob id distrahitur punctum ipsum à priori tendentia, idem accidit ex alia parte si reflexisset idem punctum, nempe hinc inde unicam rectam eandemque, continuantibus oppositis ad idem punctum directionibus, ergo directio, & tangens una, & eadem est recta.

*Corollarium.*

*Hinc sequitur, unicam lineam dicendam esse, cum à quocunque illius puncto unica tantum ex utraque parte egreditur tangens.*

D E F. III.

**Q**uòd si ex aliquo puncto duæ tangentès hinc inde egredientes angulum efficiant; tunc propositam lineam inflexam dicemus, & punctum, in quo sunt contactus, inflexionis appellabitur.

*Corollarium 1.*

*Ab hisce definitionibus, & priori coroll. manat artificium componendi duas curvas, vel curvam & rectam, adeout unicam lineam efforment, nullumque angulum; nempe cum sic inuicem iungamus, ut tangentès ad punctum connexus, unam tantum rectam efficiant.*

*Corollarium II.*

*Sed & illud patet, quibus angulis inflectantur lineæ inuicem compositæ, si ad punctum inflexionis angulum tangentium obseruauerimus, sunt enim inter se æquales, licet diuersæ speciei, cum unus sit curuilineus, & rectilineus alter.*

PROP.



## PROP. IX. THEOR. VII.

**T**Angens, seu directio motus in quocunque curvæ puncto est illa recta, quæ vtrinque statim cadens extra curvæ convexum ad eandem, quàm fieri potest ex utraque parte accedit.

Nam alia quæque recta transiens per punctum contactus ad sectionem magis accedere nequit, quin ipsam illinc fecerit, ob id extra convexum eius non cadet, ab altera verò parte magis à proposita curva separabitur, quamobrem nulla alia recta, quàm tangens poterit simul extra curvam esse, & quàm fieri potest ad ipsam accedere.

## D E F. IV.

**L**ineæ AC, AD occurrant sibi in A, quod punctum intelligatur transferri ab A in C vnâ cum linea AD semper sibi parallela, quo tempore punctum A currat ipsam latam lineam ex A in D. Manifestum est idipsum punctum A describendum esse motu composito lineam quandam AB diagonalem superficiei parallelogrammæ ABCD. Vocamus ergo diagonalem illam semitam compositi motus, & AC, AD latera illius. *Tab. 4. fig. 6.*

## Corollarium I.

*Manifestum est mobile dum currit AB transire etiam AC, AD, licet curvæ sint, nam verè transfertur illo tempore, tam ad lineam CB quam ad DB.*

## Corollarium II.

*Præterea si ducerentur, aut sint AC, CB, DA, DB, AB*

F 2

re-

recta linea, efficeretur ex ijs parallelogrammum  $ACBD$ , cuius diameter  $AB$ ; quamobrem ex datis punctis  $C, A, D$  reperiatur statim punctum  $B$ , scilicet extremum semitæ compositi motus, cuius latera ipsa curvæ, aut rectæ  $AC, AD$  --.

## PROP. X. PROB. III.

Tab. 4. Fig. 7.

**E**X datis quocumq; lateribus compositi motus, huius semitæ terminum exhibere.

Si latera compositi motus essent duo tantum  $AB, AC$ . Facto parallelogrammo ut dictum est, inueniretur punctum  $E$  extremum motus: & quæcumq; sit semita, seu motus, potest idem  $E$  supponi tanquam extremum alterius lateris, adeoque, si motus constet ex tribus lateribus  $AC, AB, AD$ , perinde sit ac si foret duorum laterum  $AE, AD$ ; nam  $AC, AD$  valent simul ac solum  $AE$ ; cum ita sit, facto etiam parallelogrammo  $EADF$  ex datis punctis  $E, A, D$ , habebitur  $F$  extremum semitæ, cuius sunt tria latera  $CA, AD, AB$  --.

## Corollarium.

Deducitur artificium describenda semita  $AE$ , vel  $AF$ , si nempe assumptis partibus  $AG, AH, AI$  in dictis lateribus, quæ quidem sciantur percurreri temporibus æqualibus, si per ipsas singulas mobile punctum ferretur eo modo, quo in composito motu nititur per easdem directiones; reperietur inquam punctum  $K$  in semita  $AE$ , atque  $L$  in semita  $AF$ : quare hoc modo sumptis alijs, atque alijs partibus in ipsis lateribus, reperientur alia, atque alia puncta ad ipsam semitam pertinentia, quorum tandem beneficio, facile erit quasitam fermè semitam exarare.

PROP.



## PROP. XI. PROB. IV.

**E**X datis imaginibus velocitatum, iuxta quas simplici Tab. 4. fig. 8.  
motu currantur latera compositi motus; datis item  
tangentibus ad quæcunque puncta ipsorum laterum, repe-  
rire semitam compositi motus, nec non directiones, veloci-  
tatesq; puncti describentis ipsam semitam.

Opportet tamen latera ipsa, itemq; imagines prædictas,  
in imperatas secari posse rationes, quamquam nos non la-  
teat, in lateribus curvis hoc effici non posse, præterquam  
aliquatenus in periphærijs circulorum.

Sint AB, AF latera compositi motus, quæ quidem seorsim  
currantur eodem tempore QM, scilicet AB iuxta ima-  
ginem MNPQ, et AF iuxta imaginem alteram ei homoge-  
neam TMQR. Ponatur AB circuli arcus, quem tangat re-  
cta BC æqualis QB, at AF lineam, quæ parabola sit, con-  
tingat recta FG æqualis RQ. Reperiemus illicò punctum Pr. 10. huius.  
H extremum semitæ compositi motus; sunt enim data pun-  
cta A, F, B. Cum igitur mobile venerit in H. Dico, eo  
temporis momento velocitatem, ac directionem HL, quæ  
recta diameter est parallelogrammi, cuius duo latera sunt  
dictæ lineæ HI, HK; Tam vti diximus punctum H est ex-  
tremum compositi motus, quare eo momento, quo pun-  
ctum mobile est in H, habet inibi easdem illas velocitates,  
quas haberet in B, et F, dum seorsim illa latera excurrisset;  
scilicet consideratur ipsum mobile habens simul velocita-  
tem HI æqualem, ac æquedirectam, seu æquidistantem  
ipsi CB, cui est æqualis alia QP; & velocitatem HK æqua-  
lem, similiterque directam, ipsi GF æquali RQ. Cum ita Expr. 3. huius.  
sit erit HL velocitas, & directio quæsita momento Q. Eo-  
dem modo, si sit, vel fiat vt imago PNMQ ad ONMV  
(ducta scilicet applicata SVO) ita BA ad AX, et ONMV  
ad imaginem VMTS, vt XA ad AI, percurrentur AX, AI Pr. 2. primi  
huius.

co-

Cor. 2. def. 3.  
huius.

Pr. 3. huius

eadem tempore MV, eritque ob id in X velocitas, & directio, tangens ipsa ZX æqualis VO, & in I velocitas, & directio, tangens 2 I æqualis VS; Itaque datis punctis X, I, A dabitur etiam Y extremum semitæ compositi motus, cuius latera AX, AI, & ideo mobile dum est in Y momento V affectum erit duplici velocitate, hoc est Y 4 æquali velocitati ZX, seu VO, ac æquidistante eidem ZX, et velocitate altera Y 3 æquali, & æquedirecta ipsi 2 I: quare ex datis punctis 4, Y, 3 inuenietur punctum S quartus angulus parallelogrammi habentis diametrum YI, quæ quidem erit directio, & velocitas mobilis currentis composito motu instanti V. Cumque alia quotcunque puncta eadem methodo reperire queamus, per quæ duci possit linea ferè quæsitam semitam repræsentans, atq; emulans, patet idcirco, quod proposuimus.

### Corollarium.

Pr. 8 huius.

Cum verò directiones sint idem, ac tangentes, liquet HL VS tangentes esse compositi motus.

### PROP. XII. THEOR. VIII.

Tab. 5. Fig. 1.

pr. 2. primum  
huius.

Pr. 3. huius.

**C**um imagines velocitatum, iuxta quas curruntur due rectæ, quæ sint latera compositi motus, sunt parallelogrammum, & triangulum; tunc semita compositi motus erit communis parabola.

Tempore HM curratur latus AC iuxta imaginem velocitatum HILM rectangulum, & latus AB iuxta imaginem triangulum HMN; erit CA ad AB, ut imago parallelogrammum HILM ad aliam imaginem triangulum NHM. Fiat parallelogrammum ACDB erit in D extremum semitæ compositi motus, quæ si ponatur AFC; Dico esse parabolam. Sumatur in ipsa linea quoduis punctum F, ab ipso deducta



ſcā FE parallela AB, vti etiam FG parallela AC, erunt *Ex eadem.*  
 AE, AG latera compositi motus, cuius semita AF: Con-  
 cipiatur modò P momentum, quo mobile adest in F, &  
 ducta OPK parallela alteri HI, vel NL, erit imago MHIL ad  
 imaginē PHIK, hoc est MH ad HP, vt CA ad AE, seu vt BD *Pr. 2. huius.*  
 ad GF. Pariter erit imago NHM ad imaginē OHP, hoc est  
 quadratum ex MH ad quadratū ex PH; immò id ex BO ad  
 illud ex GF, vt BA ad AG; quamobrem punctum F cadet  
 in curuam parabolicam communem, cuius diameter AB,  
 & basis, seu ordinatim applicata BD, scilicet AFD erit ipsa  
 curua parabolica. Quod &c.

*Scholium.*

*Quoniam graue, quod iaculatur extra perpendiculum, li-  
 berum ab omni obice, nisi turbaretur eius motus à propria  
 grauitate pergeret moueri æquabiliter iuxta directionem, ve-  
 locitatemque ei traditam; habet verò coniunctam grauita-  
 tem, qua, nisi ab impresso impetu flecteretur motus, descen-  
 deret iuxta perpendiculum motu naturaliter concitato, cuius  
 imago velocitatum, triangulum est; Hinc propterea graue  
 ultra perpendiculum proiectum describit in cursu suo, motu  
 scilicet composito, parabolam vulgatam. Verum enim verò  
 descriptionem istam necesse aliquo pacto est ex duabus causis  
 vitari, hoc est ab aeris resistentia, & perpendiculis non in-  
 ter se parallelis, quippe in idem, vnumq; punctum, vniuersi  
 centrum, conuergentibus.*

PROP. XIII. THEOR. IX.

**S**I ab assumpto hyperbolæ puncto, recta axi primo pa- *Tab. 5. fig. 2.*  
 rallela deducatur, quæ ad secundam diametrum per-  
 tingat; Quadrilineum comprehensum ab ipsa curua hy-  
 perbolica, & dictis tribus rectis, erit imago velocitatis il-  
 lius

lius motus describentis curuam parabolicam, cuius basis ad axem eius habet eandem rationem, quam duplus axis propositæ hyperbolæ ad ductam illam æquidistantem inter eiusdem hyperbolæ asymptotos interiectam.

Hyperbolæ IRS sit centrum H, semiaxis HI, asymptoti HT, NH, et SN parallela HI; tùm ducta HM secunda diametro hyperbolæ, intelligatur descriptio parabolæ AFD; itaut duplus axis hyperbolæ, hoc est quadruplum ipsius HI ad NT eandem habeat rationem, quam DB basis parabolæ ad BA axim eiusdem. Dico quadrilineum HISM esse imaginem velocitatum, iuxta quam motu composito describitur parabola AFD; & cum sit homogenea imagi-

Def. 7. primi  
Ex pr. 12. primi  
huius.

Cor. pr. 4. huius.

Pr. 2. primi  
huius.

Ex pr. 12. huius.

Pr. 3. huius.

nibus HILM, HTM, esse quoque rectangulum HDLM ad imaginem ipsam HISM vt recta CA ad curuam AFD. Fiat rectangulum ACDB, et HM sit tempus, quo curritur vtrunque latus AB, AC, nempe axis AB motu grauium iuxta imaginem triangulum HTM, alterum verò latus AC æquabili motu iuxta imaginem rectangulum HILM, quod quidem erit HILM; etenim AB ad spatium AC est vt imago triangulum HMT ad imaginem rectangulum HILM, scilicet est vt MT ad duplam HI, vel vt NT ad quadruplam HI, quemadmodum posuimus. Iam monstrauimus lineam, quæ curritur iuxta illas imagines motu composito parabolam esse, cuius diameter AB, & basis BD; & propterea erit ipsa AFD (nam vnica tantum parabola ex datis AB, BD positione, ac magnitudine, axi scilicet, ac basi dari potest) Ducatur nunc à quolibet puncto F dictæ parabolæ rectæ FE, FG parallelogrammum constituentes AEFG; & P sit momentum, quo mobile punctum inuenitur in F. Habebit inibi ipso temporis momento P velocitatem PQ iuxta directionem GF, sunt verò istæ directiones sibi ipsis perpendiculares; ergo recta, quæ diameter esset rectanguli AEFG, & ob id potentiâ æqualis duabus PK, PQ erit gradus velocitatis, quem mobile habet momentum

to



to F motu composito currens; verum quia quadratum ex PR equatur rectangulo ORQ yna cum quadrato ex PQ, & Pr. II. l. 2. cor-  
nic. est ob hyperbolam rectangulum ORQ æquale quadrato ex HI, vel PK; ergo PR quadratum æquale erit duobus simul quadratis PQ, PK; itaque PR erit gradus velocitatis prædicti mobilis in F momento P, compositoque motu currentis iuxta curvam parabolicam. Pariter momento M, cum mobile esset in D velocitas compositi motus foret MS potestate æqualis duabus MT, ML, ac demum in A initio motus velocitas est HI: quare HISM erit imago velocitatis motus compositi dum mobile punctum descripsit curvam parabolicam AFD, estque illa imago imaginibus diuisorum, seu simplicium, motuum homogenea; ergo constat basim etiam BD ad parabolam AFD eandem habere rationem, quam rectangulum HILM ad quadriligneum HISM. Quod &c.

Def. 3. prima  
huius.

## Corollarium. I.

*Patet, cum latera compositi motus sint duo, & sibi ipsis perpendicularia, tunc gradum velocitatis eiusdem motus compositi æqualem esse potentiâ duobus simul gradibus, quos habet mobile eodem momento, ac si seorsim intelligatur in ipsis ferri lateribus.*

## Corollarium. II.

*Si verò considerentur imagines primi secundique Casus inter se homogenea, erit ut quadriligneum HISM primi ad quadriligneum iisdem literis notatum secundi casus, ut curva illa parabolica ad hanc secundi casus parabolam.*

Pr. 2. prima  
huius.

*Illud etiam constat, esse in utroque casu ut quadrilinum  
HIRP ad ipsum PRSM, ita AF ad FD.*

## PROP. XIV. THEOR. X.

*Tab. 5. fig. 3.*

**P**ropositis Spirali Archimedeæ primæ circulationis ABD, et AGF cōmuni parabola, sit FG basis huius æqualis radio DA, et GA sit dimidium circumferentiæ circuli AEG; erit parabola AGF axem habens GA æqualis propositæ spirali.

*Pr. 13. huius.*

Sit PNK communis hyperbola, cuius coniugati semiaxes sint IK, IH, & asymptotos IO. Esto etiam axis hyperbolæ huius, dupla scilicet IK, ad HO illi equidistantem ut FG ad AG. Iam constat quadrilinum IHPK fore imaginem velocitatum, iuxta quam curretur parabola AGF tempore IH: si modo ostendimus hoc ipsum quadrilinu esse pariter homogeneam imaginem alterius compositi motus, quo videlicet describitur spiralis proposita ABD, palam erit, ipsam parabolam eidem illi spirali æqualem futuram. Ducatur recta KL, quæ æquidistet IH; item ex quouis puncto Q tēporis IH alia deducatur recta QRMN parallela IK: erit parallelogrammum rectangulum HIKL imago velocitatum, iuxta quam curritur FG, et HIO triangulum imago, qua curritur AG motu grauium descendenzium: Verū quia eodem tempore IH, si mobile currat æquabili motu DA æqualem FG, est eius imago idem rectangulum IHKL, curriturque illo eodem tempore IH (spirali exigente) omnis circuli circumferentia AGEA æquabili etiam motu ab extremitate A radij AD circumducti in descriptione spiralis; ob idque factum est, ut IK ad HO esset ut DA ad circumferentiam ipsam AGEA; nam hoc modo

do



do rectangulum IH in HO est imago velocitatum eiusdem motus per AGEA. Ducatur nunc ex quocunque momento Q linea QRMN ipsi IK æquidistans, & aspiciato motu ex centro D momento I, ut nempe oriatur spiralis, intelligatur momento Q ventum esse in B, quomobrem ductâ DBE, erit rectangulum, seu imago QIKR ad imaginem rectangulum HIKL, ita DB ad DE, in qua ratione, cum propter spiralem, sit etiam circumferentia AGE ad circumferentiam AGEA, erit rectangulum IQ in HO imago velocitatis per AGE, estque velocitas iuxta tangentem in E ad velocitatem iuxta tangentem circulum BC in B ut ED ad DB, seu ut HO ad QM; ergo cum iuxta tangentem in A, hoc est in E velocitas sit HO, erit secundum tangentem circulum BC in B, ipsa QM velocitas; proptereaque imago triangulum HIO, quæ in parabolæ descriptione erat per AG, nunc erit per omnes tangentes circulos subinde crescentes ex D in E: scilicet momento I, erit mobili puncto secundum DA, velocitas IK; momento Q dum adest in B, erit secundum BE velocitas QR, & iuxta tangentem in B circuli BC velocitas QM; quæ ambæ, hoc est velocitates QR, QM cum sint normaliter directæ, erit eidem mobili in B iuxta spiralem velocitas QN potentia ipsis ambabus æqualis. Similiterque momento H cum mobile fuerit in A, erit velocitas iuxta spiralem, ipsa HP æqualis potentia duabus velocitatibus HL iuxta radium, et HO iuxta tangentem; & sic omnino liquet, ipsum quadrilineum HIKP esse imaginem velocitatum tam in descriptione parabolæ AGF, quàm spiralis Archimedæ DBA, & cum sit in ijsdem descriptionibus homogenea sibi ipsi, constat ipsas curvas æquales esse. Nam ut imago illa ad se ipsam ita parabola ad spiralem prædictam. Quod &c.

Pr. 2. prima.

Pr. 8. huius &  
Cor. pr. 13.

Pr. 2. huius.

## Corollarium.

Hinc aparet, spiralem DB ad spiralem DBG eandem habere rationem, quam quadrilineum QIKN ad quadrilineum HIKP; pariterque rectam DA ad eandem spiralem DCB habere ipsam rationem, ac rectangulum HIKL ad dictum quadrilineum HIKP. Eodem ferè modo exhiberi posset ratio spiralis ad spiralem, licet plurimum inter se circulationum, eritque prorsus ea, quam habet unum ad alterum eiusdem illius naturæ, quadrilineorum.

## PROP. XV. THEOR. XI.

Tab. 5. Fig. 4.

**S**piralis orta ex motu naturaliter accelerato per radiū circuli comprehendens spiralem ipsam, & ex motu æquabili circa circumferentiā eiusdem circuli, æqualis est ei curvæ parabolicæ natæ ex motu composito, cuius unum latus curritur iuxta imaginem trianguli, nempe motu gravium, alterum verò latus iuxta imaginem trilinei secundi, habebitque parabola ipsa axim æqualem radio, & basim tertię parti circumferentiæ eiusdem circuli spiralem comprehendens.

Cor. pr. 4.  
huins.  
Pr. 2. prima

Esto spiralis ACB, quæ signatur ex motu pñcti A æquabiliter lati circa circumferentiam ADA, dum nempe eodē tempore IF, punctum B currit à quiete lineam BA motu gravium descendendum; sic verò imago velocitatum dicti motus æquabilis per ADA rectangulum HGFI, & alterius motus imago, (quæ triangulum erit) esto FEIM. Patet, quia ipsæ imagines ponuntur homogeneæ, esse rectangulum HGFI ad triangulum IFM vt ADA circumferentia ad radium BA, & propterea IM ad IH erit vt BA ad dimidium circumferentiæ AEDA. Sumatur quodlibet momentum K, & ducatur ONKL æquidistans HM, puteturque

CO-



eodem illo momento mobile v̄tū esse in C spiralis pro-  
positæ BCA: agatur per ipsum punctum radius BCD, & sic  
illo momento extremitas A currendo circa periphæriam  
reperietur in D, eritque circonferentia AED ad ipsam  
AEDA, vt imago rectangulum OGFK ad imaginē GHIF,  
hoc est erit vt KF ad FI; at BC ad BD erit vt imago trian-  
gulum KFL ad triangulum FIM, nempe vt quadratum KF  
ad quadratum FI, est autem vt BD ad BC ita velocitas  
iuxta tangentem in D ad velocitatem iuxta tangentem in  
C circulum, cuius radius BC; scilicet ita velocitas IH ad  
velocitatem KN, quadrati nempe IF ad quadratum KF, &  
ob id velocitates, quæ sunt iuxta tangentes circulos subin-  
de crescētes ex centro B, erūt expressæ in trilineo HNFIH  
secundo, cuius scilicet indoles est vt abscissarum quadrata  
sint vt applicatæ. His compositis, intellectisque erit in B,  
momento F, nulla velocitas, in C momento K duæ velo-  
citates, quarum vnā KI mobile iret iuxta CD, sed cum al-  
tera sit KN iuxta tangentem circulum, cuius radius CB, ne-  
citur vna ex duabus illis, quibus eisdē potentia est æqua-  
lis, & qua idem mobile mouetur iuxta spiralem illo mo-  
mento K. Similiter cum mobile est in D, scilicet momento  
I, habebit velocitatem potentia æqualem HI, qua dirigitur  
iuxta tangentem, & velocitati IM, qua secundū radium,  
Itaque imago velocitatum mobilis describentis spiralem  
propositis motibus tempore IF, ea erit, cuius applicatæ  
sunt vbique æquales potentia ijs applicatis, quæ ab eodē  
momento intelligi queunt in imaginibus simplicibus, nem-  
pe partialium motuum, HNFI, IFM. Cum præterea OT  
ponatur tertia pars esse circumferentiæ AEDA, & est etiā  
trilineum HFI vtpote secundum tertia pars parallelogrā-  
mi HGFI, erit triangulum IFM ad trilineum ipsum HFI vt  
BA, vel ei æqualis QQ ad OT; curritur verò vt supponi-  
tur OQ tempore IF iuxta imaginem triangulum IFM, ergo  
eodem tempore iuxta trilineum HNF curretur alterum la-  
tus

Pr. 8. huius.

Cor. prop. 13.  
huius.Pr. 10. primū  
huius.Pr. 2. primū  
huius.

tus OT, siue basis parabolæ QI. Si itaque parabola ipsa putetur esse ORI, in qua punctum R esto vbi mobile adest momento K, deducantur verò ab eodem illo puncto RS parallela axi QO, et RP æquidistans QI, vel OT, profectò in O, momento F, sicuti in spirali, nulla erit mobili velocitas, sed cum est in R momento K habebit geminam velocitatem, KL secundum SR, et KN iuxta PR perpendicularem ipsi SR, quæ duæ velocitates itidem component vnicam potentia simul illis æqualem, & cum idem dicatur de quibuscunque alijs punctis parabolæ, momenti temporis FI respondentibus, manifestum est spirali BCA, & parabolæ ORI vnicam, eandemque esse imaginem velocitatum, propterquam quòd ipsæ curuæ, quòd sint vt imagines, erunt inter se æquales.

Pr. 2. prima.

### Scholium.

Exemplo traditarum curuarum, possunt innumera spirales suis parabolis æquales excogitari, nec ideo res minus demonstrabitur, si loco rectarum, seu laterum OT, OP compositi motus, substituantur circuli, aut circulorum arcus, qui ad rectos angulos se secant, scilicet cū tangentes ad punctum inflexionis, seu occursum ipsarum curuarum sibi ipsis perpendiculares fuerint. Quòd si ipsa curua latera ad rectos angulos non se secant curuæ nihilominus ab ipso composito motu nascentes poterunt exhiberi curuas parabolicas exequantes, quarum itidem latera sint recta eundem angulum, quem prædictæ tangent, comprehendentes. Sed de his satis, nunc dicamus ea tempora, quibus duorum pendulorum similes vibrationes absoluntur, hoc est Galilei sententiam demonstrabimus, quam quondam haud ruditer decepti falsam credidimus.

Vincentius Viuianus eximius nostri aui Geometra vt tueretur Galilei sententiam, cuius dignissimè se fuisse discipulum profitetur, tradidit mihi per admodum Reuerendum, atque



que cultissimum Patrem Ioseph Ferronum à Societate Iesu, demonstrationem suam verè pulcherrimam, ac disertissimè exaratam, qua una potuissim de Galilei asserto satisfactus esse; eam demonstrationem, iisdem prorsus verbis, ac figuris, quibus ad me pervenit hic duxi reponendam, ne gloriam, quam Vir tantus meretur, ipsi videremur nostra, quam inde subdemus, demonstratione, subripere.

Inquit ergo.

**T**empora naturalium de cursuum sphærarum grauium per similes, similiterque ad horizontem inclinatos arcus curuarum linearum in planis, aut verticalibus, aut ad horizontem æqualiter inclinatis descriptarum, & quæ totæ sint ad easdem partes cauæ, inter se sunt in subduplata ratione chordarum eorundem arcuum homologè sumptarum.

Tab. 6. fig. 1. 2.  
3. 4.

Ex puncto A ad curuam lineam BCD extra ipsam in plano positam, & in totum ad easdem partes cauam, quæcunque ea sit (vel nimirum pars aliqua circumferentiæ circuli, vel alicuius ex infinitis ellipsibus, aut parabolis, aut hyperbolis, aut spiralibus, aut cycloidibus, vel concoidis, vel cisoidis, seu alterius cuiuscunque ex notis, vel ignotis curuis) educantur omnes rectæ AB, AC, AD &c. quæ à punctis E, F, C, vel intra, vel extra eas sumptis proportionalibus secantur, ita ut sit AB ad AE, sicut AC ad AF, & sicut AD ad AG &c. & hoc semper. Sic enim dubio procul apparet, prout facillimum est ostendere, lineam EFG transcuntem per singula puncta E, F, G sic inuenta, curuam quoque esse, & eiusdem penitus naturæ, ac data BCD, eique similem, similiterque cum ipsa positam, atque in totum cauam ad easdem partes, ad quas ponitur caua ipsa BCD. Concipiatur modò planum, in quo manent huiusmodi similium curuarum similes arcus BCD, EFG, vel esse ad horizontem erectum, nempe verticale, vel ad ipsum ho-

horizontem inclinatum iuxta curuitates ipsorum arcuum BCD, EFG inflexas esse superficies eidem plano erectas, ita tamen, ut super has positæ grauibz sphaeris in A, E per ipsas sic inflexas superficies eadem sphaeræ naturaliter decurrere queant; id quod sanè accidet, cum arcus BCD totus fuerit infra horizontalem IL ex arcus sublimiori puncto B ductam, fuerintque ab hac continuati recessus, ac totus ad vnam partem perpendiculari BH: nam sic talis quoque erit alter arcus EFG illi BCD similis, similiterque positus. His omnibus sic manentibus: Dico tempus decursus sphaeræ grauis E per similem, similiterque positum arcum EFG, esse in subduplicata ratione chordarum BO, EG arcus ipsos subtendentium. Secto enim bifariam angulo BAD per rectam AC arcum BD secantem in C, atque arcum EFG in F, iungantur chordæ BC, CD, et EF, FG, quæ ex huiusmodi curuarum natura cadent totæ intra ipsos arcus, sed in prima, & secunda figura ad partes poli A, in tertia verò, & quarta ad oppositas.

Et quoniam, ex talium curuarum genesi, est ut BA ad AE, ita DA, ad AG, erit BD ipsi EG parallela, hoc est vtrique ad horizontem æqualiter inclinata, atque in ratione BA ad AE. Similiter cum sit, ut BA ad AE, ita CA ad AF, etiam BC, EF inter se æquidistant, seu ad horizontem æqualiter inclinabuntur, eruntque in ratione eadem, ac BA ad AE. Idemque ostenditur de chordis CD, FG, quare ex magni Galilei sententia de motu naturaliter accelerato indubitanter sequitur tempus decursus sphaeræ grauis ex B in D per binas chordas BC, CD ad tempus decursus per vnicam BD, esse ut tempus decursus grauis sphaeræ ex E in G per binas EF, FG ad tempus decursus per vnicam EG: eadem itidem ratione demonstratur (angulis pariter BAC, CAD bifariam sectis per rectas, quæ similes arcus BC, EF, ac CD, FG duas in partes diuidant) ex quatuor vtrinque arcuum horum cordis, illas inter se  
ho-



homologas, similesque arcus subtendentes ad horizontem esse æqualiter inclinatas, ac alteram alteri in ratione eadem, in qua sunt rectæ AB, AE &c: ac propterea ex eadem Galilei scientia constabit utique, tempus decursus ex B in C sphaeræ grauis B per quatuor chordas quatuor partes arcus BCD subtendentes ad tempus decursus per unicam BD, esse ut tempus decursus sphaeræ grauis E ex E in G per quatuor illis homologas chordas quatuor partes arcus EFG pariter subtendentes ad tempus decursus per unicam chordam EG: & hoc semper ita euenire demonstrabitur quantacunque, & maxima fuerit in perpetua angulorum bisectione æquæmultiplicitas in utroque arcu talium chordarum homologè sumptarum, ac inter se proportionalium, æqualiterque ad horizontem inclinarum: Propterquam quod semper decursus ex B in D per aggregatum chordarum omnium in arcu BCD ad tempus decursus per solam chordam BD esse ut tempus decursus ex E in G per aggregatum totidem chordarum in arcu EFG ad tempus decursus per unicam chordam EG; adeo ut denique iure optimo educi posse videatur, tempus decursus grauis ex B in D per aggregatum infinitarum chordarum totum arcum BCD constituentium, seu tempus per ipsum arcum BCD ad tempus decursus per solam chordam BD esse ut tempus decursus grauis ex E in G per aggregatum totidem infinitarum chordarum dictis homologè proportionalium, æqualiterque singulæ singulis ad horizontem inclinarum, ac totum arcum EFG conformantium, siue ut tempus per ipsum arcum EFG per solam chordam EG. Quocirca permutando, tempus decursus sphaeræ grauis B per arcum BCD ad tempus decursus sphaeræ grauis E per arcum similem, similiterque positum EG erit ut tempus decursus per chordam BD ad tempus decursus per chordam EG; sed ex eadem Galilaica scientia de motu, tempus decursus per chordam BD ad tempus decursus per æqua-

H  
liter

iter inclinatam EG est in subduplicata ratione ipsarum chordarum BD, EG; ergo tempus quoque decursus ex B per arcum BCD ad tempus decursus ex E per arcum EFG est in eadem subduplicata ratione chordę BD ad chordam EG, quod ostendendum proposuimus.

## Corollarium.

Ex modò ostensis super prima, ac secunda figura, manifestum fit celeberrimum illud magni Galilei pronuntiatum, quòd videlicet, ratio temporum similium vibrationum pendulorum sit subduplicata rationis longitudinum filorum homologę sumptorum, non tantum verum esse de vibrationibus pendulorum per arcus similes, similiterque positos, sumptos ex circulatorum quadrantibus ad perpendicularum vsque terminantes, sed etiam de vibrationibus per arcus quoscumque similes quadrantum à perpendicularo seiunctos; dummodo ipsi similes arcus sint quoque similiter positi: quales nimirum apparent in figuris prima, ac secunda arcus BCD, EFG, dum graua B, E ex filis, aut hastulis AB, AE circa punctum A conuertibilibus appensa concipiantur.

## Scholium.

Si curuę BCD, EFG in prima, & secunda figura fuerint similes arcus ex circulis commune centrum A habentibus; ac in verticali plano positis, & in prima figura recta AB, AE fuerint fila aut hastula quedam circa clauum A conuertibiles, in secunda verò recta AB, AE concipiantur, ut hastula inflexibiles, volubilesque circa imum punctum E, atque ex huiusmodi filorum, aut hastularum terminis B, E pendeant graues sphaera B, E (cum eadem sint tempora prout assumitur quoque ab ipso met Ceua) tempora inquam decursuum liberorum grauium B, E per arcus BCD, EFG, ac tempora  
de.



descensuum ipsorum grauium per eosdem arcus (vel hæc à filis pendeant, vel ab hastulis sustineantur) erit quoque tempus descensus, seu vibrationis penduli B per arcum BCD ad tempus descensus, seu vibrationis penduli E per arcum EFD in subduplicata ratione chordæ BD ad chordam EG; sed hæc ratio chordarum BD, EG eadem est, ac ratio filorum, aut hastularum AB, AE; Ergo tempus vibrationis penduli AB per arcum BCD ad tempus vibrationis penduli AE per arcum illi similem, similiterque positum EFG est quoque in subduplicata ratione longitudinum, vel filorum, aut hastularum, ex quibus eadem graui pendula similes vibrationes absolunt BCD, EFG.

## Scholium.

Ceterum non me latet constructionem, ac demonstrationem à nobis superius allatam nonnullis euidentiore fortasse Tab. 6. fig. 5. euasuram, si omissa illa continua bisectione angulorum similes, similiterque positos arcus abscindentium ex similibus curuis ibidem descriptis; atque omissa pariter continua coniunctione chordarum, ut ibi factum fuit, horum vice, ut in quinta figura, ex punctis B, D binae tangentes curuam BCD ducantur BH, DH, quæ omnino mutuo se secabunt in puncto H (ob conditiones in ipsa Theorematis expositione ultimo loco positas) atque ex E, G ipsis BH, DH agantur æquidistantes, quæ iunctæ, AH simul occurrent in I, curuamque EFG contingent pariter ad E, G (quæ omnia si opus fuerit, facile demonstrabuntur) ac insuper, si à puncto C, in quo iunctæ AH secant arcum BCD, agatur tangens LM primas BH, DH secans in LM; Per F verò, in quo AICH secant arcum EFG agatur NO parallela tangenti LM, quæ curuam pariter EFG tanget ad F, ac tangentes EI, GI secabit ad NO: & si iunctis insuper AL, AM, eadem, quam nunc explicauimus, continuetur constructio per alias, atque alias tangentes, ac parallelas



*Ec.* sic enim unicuique harum curvarum circumscribetur rectilineum, primò ex binis tangentibus, secundò ex tribus, tertio ex quinque, quarto ex septem, & sic ulterius iuxta reliquos impares numeros successivè sumptos; atque omnia paria talium aquidistantium tangentium eam semper inter se rationem servabunt, quam habent chorda BD, EG, seu quam habent recta BA, EA, eruntq; inter se equaliter inclinatae; adeoq; tempora decursuum gravium B, E tam per summas binarum tangentium BH, HD, EI, IG, quàm per minores summas, ex quinque simul chordis utrinque sumptas, aut quàm per alias semper minores summas huiusmodi tangentium iuxta quantumvis maiorem numerum imparem aequè multipliciter sumptarum, erunt perpetuò proportionalia temporibus decursuum per chordas BD, EG; & hoc semper; etiam si per huiusmodi decrements aggregatorum ex tangentibus utrinque aequè multipliciter sumptis, deveniatur ad ultimas, ac brevissimas ipsis arcibus circumscriptiones polygonorum ex lateribus numero innumerabiliter aequè multiplicibus, hoc est ad ipsos similes, similiterque positos arcus BCD, EFG, quorum singula homologorum laterum, seu punctorum paria, ut B, & E; C et F; D, et G &c. haberi possunt tanquam tot paria parallelarum, ac proportionalium tangentium ipsos similes, ac similiter positos arcus constituentia. Quapropter ratio quoq; temporum decursuum per ipsos arcus, similis erit rationi temporum decursuum per chordas; sed horum decursuum ratio subdupla est rationis inter ipsas chordas. Quare, & alia hac methodo constaret propositum.

Haëtenus gravissimus Vir; superest modò, ut quemadmodum annuimus, veritatem eandem nostra quoque methodo, confirmemus, ut ijs, quibus satis probat demonstratio allata, sit nostra, quam asseremus, in experimentum traditarum huc usq; rerum; & quibus secus acciderit ex aliqua dubitatione, hac per demonstrationes nostras prorsus, statimq; tollatur. Illud etiam admoneo, eam rem non tantum me ostensurum,

ut



*ut pulcherrima, utilimaq; veritas pluribus demonstrationibus aperiat; verum potius ut amplissima Methodus, qua tum utemur, aliorum motuum demonstrandorum in exemplum veniat.*

## PROP. XVI. THEOR. XII.

**I**n eadem recta CD coeant duæ planæ, inter seq; similes, *Tab. 6. fig. 7.*  
 ac prorsus æquales figuræ ADCA, BDCB, & quidem ita, ut ab eodem puncto M si ducatur MH parallela CA, et ML ipsi CB, sit semper MH æqualis ML, quemadmodum æquales sunt inter se CA, CB. Dico (si concipiatur solidum eius indolis, ut ductis rectis BA, LH cadant istæ omnino in solidi istius superficie; ipsum verò solidum, quod sit BADC, secetur plano quolibet æquidistante figuræ BCD) fore, ut sectio ista KFELK, sit prorsus similis, æqualisque alteri conterminæ AEI; sed oportet, ut palam est, coeunt illæ figuræ non in eodem plano reperiantur.

Cum duo plana inuicem parallela KIE, BCD secent alia duo inter se item parallela ACB, HML, erunt communes sectiones, inter se omnes æquidistantes rectæ lineæ KI, GF, ML, CB. Cum verò ob naturam solidi, sectiones BAC, LHM triangula sint rectilinea, erit ut BC ad CA, ita KI ad IA. Sunt autem priores inter se æquales, ergo & postremæ KI, AI inter se æquabuntur. Eademque ratione sunt æquales HG, GF: & quoniam ob similitudinem figurarum angulus BCD æquatur angulo ACD, & angulus BCD æqualis angulo KIE (nam etiam CD, IE sunt rectæ æquidistantes, cum nempe sint communes sectiones plani DCA secantis duo æquidistantia KIE, BCD) ergo cum angulus pariter ACD æquet angulum AIE, erunt anguli KIE, AIE, et FGE, HGF æquales. Quod &c.

PROP.

## PROP. XVII. THEOR. XIII.

**I**dem manentibus. Dico triangu<sup>la</sup> ACB, LHM esse similia. Sunt enim parallelæ &c. interse tam rectæ CB, ML, quàm CA, MH; ideo anguli ACB, HML interse æquabuntur, & sunt circa eos proportionalia latera, nempe BC ad CA, vt LM, MH; ergo constat propositum.

*Corollarium.*

*Simul constat rectas AB, LH interse æquidistare.*

## PROP. XVIII. THEOR. XIV.

**I**dem vt supra manentibus, ita tamen vt ACD sit angulus rectus (sic enim DC perpendicularis erit duabus AC, CB) Dico solidum huiusmodi ad prisma, cuius basis ABC, & altitudo CD eandem habere rationem, quam solidum rotundum ortum ex rotatione figuræ CAD circa axem CD ad cylindrum genitum ex conuersione rectanguli AC in CD circa eundem axem.

*Tab. 6. Fig. 8.*

Compleatur ipsum prisma, & sit quidem AQDPBC, quod secetur vnà cum proposito solido per quoduis planum basi ACB æquidistans: fiet in prismate sectio triangulum OMN simile, æqualeque ipsi ACB, & in altero solido triangulum LHM eidem ACB simile. Triangulum ACB prismatis ad triagulum idem solido proposito commune, est vt circulus radio CA descriptus ad circulum eundem; Item triangulum NOM sectio prismatis est ad triangulum LHM sectionem propositi solidi, vt circulus ex radio MO descriptus ad circulum radio MH. Cum deinde idem dicatur de alijs omnibus sectionibus prismatis, &  
pro-



propositi solidi erunt omnes simul primæ, quæ interse  
 æquales sunt, ad omnes simul secundas ut omnes tertiæ,  
 his partibus interse æqualibus, ad omnes quartas; scilicet  
 erunt omnia triangula prismatis, seu ipsum prisma ad om-  
 nia triangula propositi solidi, seu ad ipsum solidum, ut om-  
 nes circuli eius cylindri, qui oritur ex conuersione figuræ  
 ADCA circa axem CD, hoc est ut ipsum solidum rotun-  
 dum, seu cylindrus ad omnes simul circulos solidi rotundi  
 geniti ex rotatione figuræ AHDCA circa axem ipsū CD,  
 seu ad ipsum propositum solidum. Quod &c.

lemma 18. in  
 libro de dim.  
 parab. Euang.  
 Torricel.

## PROP. XIX. THEOR. XV.

**E**T rursus ipsa manente figura patet, si ducantur HR,  
 LS parallelæ MD, fore non solum figuram AHDPA,  
 similem, ac æqualem BLDQB; verum etiam APRHA ipsi  
 BLSQB: Cum ita sit, aio, eundem cylindrum ad soli-  
 dum rotundum genitum, ex volutatione figuræ APD cir-  
 ca eundem axem CD eandem rationem habere, ac prisma  
 prædictū, cuius basis ACB, altitudo AP ad solidum, quod  
 superest ex ipso prismate, dempto solido ACBLDHA.

Nam ex præterita propositione nouimus, dictum prisma  
 ad solidum eius partem ACBLDHA esse ut cylindrus or-  
 tus ex conuersione reſtangiuli CP circa axem CD ad par-  
 tem eius rotundum circa axem eundem CD conuerſa fi-  
 gura ADC, ergo per conuersionem rationis, erit id quod  
 proposuimus.

## D E F. IV.

**Q**Uodcunque ex dictis propositis solidis vocetur ab  
 ea figura, iuxta quam intelligitur ortum. Scilicet  
 ACBLDHA dicatur à figura AHDCA, & alte-  
 rum, quod fuit residuum prædictum dicatur à figura AH-  
 DPA.  
 PROP.

## PROP. XX. THEOR. XVI.

Tab. 6<sup>a</sup> Fig. 9.

**S**I à quibuscunque figuris fuerint duo solida, hæc inter se erunt vt solida alia genita ex conuersione illarum figurarum circa communem sectionem similium, æquallium, ac inter se cocuntium figurarum.

18. *Arms.*

Solidum à figura ABC sit CAFDBC, & quod est à figura GLH esto HGILH. Dico illud ad hoc solidum esse vt rotundum natum ex conuersione figuræ ABC circa axem CE ad rotundum ortum ex cōuersione figuræ GLH circa axem HL. Opportet tamen angulos ACF, GHI æquales esse. Intelligantur prismata triangularia, quorum bases ACF, GHI, & altitudines CE, HL; hoc est sint ipsa solida prismatica AFCEBD, GIHLMK. Solidum à figura ABC ad prisma AFCEBD habet eandem rationem, quam solidum rotundum ortum ex conuersione figuræ ABC circa axem CE ad cylindrum natum ex rotatione ABEC circa eundem axem CE; hic verò cylindrus ad cylindrum alium natum ex rotatione rectanguli GMLH circa axem HL est vt prisma, cuius basis ACF, altitudineque CE ad alterum prisma basem habens GHI similem ipsi CF (nam circa angulos æquales H, C sunt latera etiam proportionalia, nempe æqualia) & altitudinem HL. Solidum præterea, hoc est prisma GKHM ad solidum, quod est à plano GLH habet eandem rationem, ac cylindrus, qui fit ex conuersione rectanguli HM circa axem HL ad solidum rotundum ortum ex circumactione figuræ GLH circa ipsum axem HL, ergo ex æquali erit solidum à figura ABC ad solidum à figura GLH, vt rotundum ex rotatione figuræ ABC circa axem CE ad rotundum alterum ex conuersione alterius figuræ GLH circa axem HL. Quod &c.

Ex eadem.

PROP.



## PROP. XXI. THEOR. XVI.

**P**ropositis ijsdem solidis, erunt inter se, vt momenta figurarum à quibus sunt, quæ tamen figuræ suspensæ sint ex longitudinibus deductis ab ipsarum grauitatum centrīs vique ad coeuntium figurarum communes illas sectiones.

Figuræ, à quibus sunt solida, ponantur ABC, GLH, cetera grauitatum illarum M, N; axes, siue communes sectiones coeuntium binarum inter se similium, ac æqualium figurarum à quibus dicuntur ipsa solida; & demum MO, NP perpendiculares sint ab ipsis centrīs ad illas communes sectiones deductæ CE, HL. Dico, solidum à plana figura ABC ad solidum à plana GHL eandem habere rationem, ac momentum figuræ ABC pendentis ex MO ad momentum alterius figuræ suspensæ ex NP, sunt enim hæc solida inter se, vt rotunda, quorum genetrices figuræ ABC, GLH circa axes CE, HL, huiusmodi verò solida sunt vt momenta proposita; ergo solidum à plana figura ABC ad solidum à plana GLH, erit vt momentum figuræ ABC suspensæ ex MO ad momentum GLH pendentis ex NP. Quod &c.

Tab. 6. fig. 10.

Pr. 20. huius.

Tor. lem. 31.  
in libro dimension. parabolæ

## Corollarium.

Cum ipsa illa momenta neſtantur ex rationibus figurarum ABC, GLH, & ex longitudinibus, ex quibus pendent ipsa figura (nam habentur vt grauiæ) ex ijsdem etiam rationibus componentur solida, quæ sunt ab ipsis figuris. —

Ex mechanicis,

## PROP. XXII. THEOR. XVII.

Tab. 7. fig. 1.

**I** Magines velocitatum, seu spatia, quæ curruntur acceleratis motibus, sunt ut solida ab imaginibus simplicium motuum, ex quibus ipsi gignuntur accelerati.

Sint imagines simplicium motuum ABC, GLH, & solida ab ipsis imaginibus (angulis ACQ, GHD semper rectis, aut saltem æqualibus) intelligantur ABCRQ, GLHD. Dico, ut sunt inter se ista solida, sic esse homologè spatium exactum tempore AC motu accelerato ex simplici motu imaginis ABC ad spatium transactum tempore GH motu item accelerato ex simplici imagine priori homogenea. GLH: secetur solidum ABCRQ plano æquidistanti QCR, quod faciat in solido ipso sectionem TSVX: erit hæc figura prorsus similis, ac æqualis conterminæ ABVI: quare cum in accelerato motu velocitas, quæ habetur momento C ad velocitatem momento S sit ut imago ABC simplex ad segmentum eius ABVS: erit etiam QCR æqualis ABC ad sectionem solidi TSVX, quæ æquatur ABVS, ut illa eadem velocitas momento C mobili inhærens ad velocitatem momento S alterius accelerati motus. Est autem sectio TSVX ad libitum sumpta; ergo solidum ABCQR potest sumi merito ut imago velocitatum accelerati motus, cuius simplex imago ABC: & eodem modo solidum alterum vicem geret imaginis velocitatum alterius motus ex simplici imagine GLH, itaque erit ob homogeneitatem spatium transactum motu accelerato iuxta simplicem imaginem ABC ad spatium transactum motu accelerato iuxta simplicem imaginem GLH, temporibus AC, GH, ut solidum ABCQR ad ALHD,

16. huius.

4. huius,

16. huius.

Def. 3. primi huius.

Def. 1. huius una cum pr. 4. huius.

PROP.



## PROP. XXII. THEOR. XVIII.

**S**int nunc CE, HL communes sectiones imaginum simplicium ABC, GLH, si extenderentur cum suis æqualibus, ac similibus coeuntibus figuris. Estoque pariter M centrum gravitatis imaginis ABC, et N gravitatis alterius imaginis GLH; actis demum MO, NP perpendicularibus ad ipsas CE, HL. Dico, spatium accelerati motus ab imagine simplici ABC ad spatium accelerati alterius motus ab imagine simplici GLH componi ex ratione imaginis ABC ad imaginem GLH, & ex ea perpendicularis MO ad perpendicularem NP. Cum hæc ipsa spatia sint ostensa, ut solida à figuris ABC, GLH; hæc verò sunt ut momenta ipsarum figurarum suspensarum ex MO, NP. Ergo quemadmodum momenta ista neçtuntur ex rationibus figurarum tanquam magnitudinum ABC ad LGH, & distantiarum MO ad NP, ita pariter ex his neçtentur proposita spatia.

Tab. 7. Fig. 2.

21. huius.

20. huius.

Ex mechanis.

## Corollarium.

*Patet communes sectiones CE, HL esse æquidistantes applicatis AB, HL, quæ in imaginibus sumuntur perpendiculares rectis AC, GH; nam HL est recta, in quam coeunt figura plana similes, ac æquales.*

Pr 2. prima huius.

## PROP. XXIV. THEOR. XIX.

**S**i imagines simplicium motuum fuerint similes, similiterque suspensæ, imagines velocitatum acceleratorum motuum erunt in triplicata ratione temporum simplicium motuum, aut in triplicata homologarum, vel extremarum velocitatum eorundem simplicium motuum.

Cum centra gravitatum similium imaginum, seu figu-

Tab. 7. Fig. 3.

I 2

ra-

rurum, sint puncta in iisdem figuris similiter posita, ponuntur verò imagines similiter suspensæ, ergo sequitur ipsas longitudes esse ut latera homologa dictarum imaginum, scilicet ut tempus AC ad tempus FG, vel ut extremæ velocitates BC ad KE. Quamobrem imagines ipsæ, cum sint in duplicata ratione laterum homologorum, si huic duplicatæ addatur alia ratio similis rationi longitudinum, fiet ratio imaginum velocitatum, seu spatiorum acceleratum motuum ex simplicibus illis deriuantium triplicata temporum, vel extremarum velocitatum simplicium motuum.

## PROP. XXV. THEOR. XX.

**S**I verò simplices motus extiterint similes, æqualibusque temporibus absoluantur, imagines acceleratum motuum erunt in sola ratione amplitudinum imaginum simplicium.

*Tab. 7. fig. 4.*

Sint imagines similia, ac simplicium motuum BAC, KFG, quarum grauitatis centra D, H, erunt ex hypothesi tempora AC, FG æqualia; & ideo spatia, scilicet imagines velocitatum BAC, KFG habebunt eandem rationem, quam summæ, aut extremæ motuum simplicium velocitates, scilicet, quam amplitudines imaginum, seu genesium: sunt verò distantia DE, HI pariter æquales, quia AC, FG æquales sunt; ergo cum spatia acceleratum motuum neantur ex imaginibus simplicium motuum ABC, KFG, & ex distantijs DE ad HI, liquet ipsa spatia esse in vnica, solaque ratione amplitudinum BC, KG, aut amplitudinum genesium.

*8. primi huius  
2. primi huius*

*23. huius*

## PROP. XXVI. THEOR. XX.

**A**Tsi simplicium, similiaque motuum fuerint imagines æquæ amplæ, imagines acceleratum motuum, siue



siue tempora erunt in duplicata ratione temporum istorum, vel illorum motuum.

Amplitudines imaginum simplicium, velocitatumque BAC, KFG sunt BC, KG, quæ æquales sint. Dico spatia accelerantium motuum ab illis simplicibus imaginibus fore in duplicata ratione temporum AC ad FG (quæ semper in acceleratis ponuntur eadem, ac in simplicibus, nec aliter esse possunt.) Vt FG ad GK, ita sit AC ad CL, & intelligatur LAC imago alterius motus similis motui, cuius imago BAC, vel KFG. Facile demonstrabitur ipsam figuram LAC similem esse ipsi KFG, & ad BAC eandem habere rationem, quam LC ad BC. Cum ergo imago BAC ad imaginem KFG componatur ex ratione imaginis BAC ad LAC (quæ sunt vt BC ad CL) & ex ratione imaginis ALC ad imaginem KFG, quæ sunt in ratione composita LC ad KG, et AC ad FG: priores verò duæ rationes componunt vnicam æqualitatis, ergo relinquitur, imaginem BAC ad imaginem KFG esse vt AC ad FG; spatium verò accelerati motus ex simplici imagine BAC ad acceleratum ex simplici KFG necitur ex ratione imaginum simplicium ipsarum, & ex ea distantiarum DE, HI à centris grauitatum deductarum D, H, et sunt hæ rectæ in eadem ratione, ac altitudines AC, FG (nam in figuris, seu imaginibus similium motuum BAC, LAC centra grauitatum sunt in eadem recta parallela ipsi BC, & in LAC, KFG sunt in punctis similiter positis, adeout, sicut positum est, ratio ipsarum distantiarum in ipsis figuris LAC, KFG, seu BAC, KEG eadem sit, ac laterum homologorum LC ad KG, vel AC ad FG) ergo spatium accelerati motus ex simplici imagine KFG, erit vt quadratum ex AC ad quadratum ex FG, nempe in duplicata ratione temporum simplicium motuum.

Tab. 7. fig. 5.

Def. 7. primi  
huius.

23. huius.

PROP.



## PROP. XXVII. THEOR. XXI.

Tab. 7. fig. 6.

**D**Emum si sint imagines, quæcunque velocitatum simplicium, similiumque motuum, imagines acceleratorum motuum, seu spatia ijs motibus exacta componuntur ex duplicata temporum ratione, & ex ea amplitudinum, vel applicatarum homologarum earundem imaginum.

Pr. 26 huius.

25. huius.

Imagines similium, simpliciumque motuum sint BAC, KFG. Dico, imagines acceleratorum motuum ab illis simplicibus derivantium habere rationem compositam ex duplicata temporum AC ad FG, & amplitudinum imaginum dictarum, vel genesium. Intelligatur alius similis motus, cuius velocitatum imago sit DFG æquæampla, ac homogenea ipsi BCA; nimirum sit DG æqualis BC. Quoniam imago accelerati motus ex simplici imagine BA ad imaginem accelerati ex simplici imagine KFG componitur ex ratione imaginis accelerati motus, cuius simplex imago BAC ad imaginem accelerati motus ex simplici DFG, & ex imagine huius accelerati motus ad accelerati imaginem à simplici KFG; est autem prior ratio imaginum, seu spatiorum acceleratis motibus percursorum ipsa temporum duplicata AC ad FG, & altera dictarum imaginum, seu spatiorum item acceleratis motibus confectorum, & quorum simplices imagines sunt DFG, KFG, est eadem, ac ratio amplitudinum DG, seu BC ad KG. Ergo cum istæ amplitudines sint eadem, ac illæ genesium, constat propositam rationem acceleratorum motuum ex simplicibus imaginibus BAC, KFG habere rationem compositam ex duplicata temporum AC ad FG, & ex ea amplitudinum imaginum simplicium BC ad KG, seu amplitudinum genesium. Quod &c.

PROP.



## PROP. XXVIII. THEOR. XXII.

**S**I geneses similium, simpliciumque motuum fuerint æquè amplæ, imagines acceleratorum motuum erunt in duplicata ratione temporum, vel altitudinum ipsarum genesium.

Geneses similium, ac simplicium motuum sunt  $ABC$ ,  $DEF$ , quarum amplitudines æquales sint  $AC$ ,  $DF$ . Dico, *Tab. 7. Fig. 7.* imagines, siue spatia acceleratorum motuum esse in duplicata ratione temporum, vel altitudinum  $BC$  ad  $EF$ . Cum  $AC$ ,  $DF$  sint gradus velocitatum in extremitatibus simplicium decursuum, etiam imagines velocitatum, iuxta ipsas geneses, quæ sint inter se homogeneæ, erunt æquè amplæ, & sunt similium motuum; ergo imagines acceleratorum motuum, iuxta simplices illas geneses, aut imagines æquè amplas erunt in duplicata ratione temporum: sunt autem imagines velocitatum æquè amplæ, similiumque motuum, hoc est spatia  $BC$  ad  $EF$  ut ipsa tempora; ergo spatia acceleratorum, propositorumque motuum erunt in ratione duplicata altitudinum  $BC$ ,  $EF$  simplicium genesium,  $ABC$ ,  $DEF$ . Quod &c. *26. huius.*

## PROP. XXIX. THEOR. XXIII.

**S**I geneses similium, simpliciumque motuum fuerint æquè altæ, imagines, siue spatia, acceleratorum motuum erunt ut tempora, vel reciprocè ut amplitudines genesium ipsorum simplicium motuum.

Geneses similium, simpliciumque motuum, ac inter se homogeneæ sint  $BAC$ ,  $DEF$ , quæ habeant altitudines  $AC$ ,  $EF$  æquales. Dico, imagines acceleratorum motuum esse inter se, ut tempora dictorum simplicium motuum, vel reciprocè ut amplitudines ipsarum genesium. Concipiantur *Tab. 7. fig. 8.*



tur imagines velocitatum simplicium motuum, scilicet  $GHI$  iuxta genesium  $BAC$ , et  $MKL$  iuxta alteram genesim  $DEF$ , & quia, utpotè homogeneæ, sunt inter se ut spatia equalia  $AC$  ad  $EF$ , erunt ipsæ imagines equalès inter se, cum verò ob similitudinem motuum eæ ipsæ imagines neantur ex rationibus  $GI$  ad  $ML$ , & ex ea, quam habet  $HI$  ad  $KL$ , sequitur esse  $GI$  ad  $ML$ , ut  $KL$  ad  $IH$ , & deum quia accelerantium motuum spatia à simplicibus imaginibus  $GHI$ ,  $MKL$  neantur ex duplicata temporum  $HI$  ad  $KL$ , & ex ea amplitudinum  $GI$  ad  $ML$ , siue ex ea, quam habet  $KL$  ad  $HI$ , relinquitur, spatia acceleratis illis motibus confecta esse in sola, vnicaque ratione temporum  $HI$  ad  $KL$ , vel in eî equali ratione, reciproca amplitudinum imaginum  $ML$  ad  $GI$ , vel genesum  $DF$  ad  $BC$ . Quod &c,

27. huius.

## PROP. XXX. THEOR. XXIV.

Quæcunque fuerint geneses similium, simpliciumque motuum, dum inter se homogeneæ, spatia acceleratis motibus ex illis simplicibus exacta neantur ex duplicata ratione altitudinum, & reciproca amplitudinum earundem simplicium genesum,

Tab. 7. fig. 6.

Sint quæcunque similium motuum geneses  $BAC$ ,  $KFG$ . Dico, spatia accelerantium motuum, ab ijs simplicibus deriuantium, componi ex duplicata ratione altitudinum  $AC$  ad  $FG$ , & ex ratione extremarum velocitatum, seu amplitudinum reciproce sumptarum ipsarum genesum: esto alia genesis  $DFG$  illis homogenea, & motu pariter similis cum iisdem genesibus. Eadem sit amplitudine æqualis  $BAC$ , & altitudo eius sit  $FG$ , spatia accelerantium motuum ex simplicibus genesibus æquales amplitudines habentibus, & similium motuum  $BAC$ ,  $DFG$  sunt in duplicata ratione rectarum, seu altitudinum  $AC$  ad  $FG$ , & spatia accelerantium

28. huius.

29. huius.



torum motuum ex simplicibus genefibus, quæ sint in eadem altitudine DFG, KFG, sunt in reciproca ratione amplitudinum, seu primarum velocitatum KG ad DG, vel BC; ex æquali igitur spatia acceleratorum motuum ex propositis simplicibus genefibus BAC, KFG neçtentur ex ratione duplicata altitudinum AC ad FG, & reciproca amplitudinum KG ad BC earundem genefum BAC, KFG. Quod &c.

## Scholium.

*At quia in spatijs, quæ accelerato motu peraguntur; non servatur ratio altitudinum genefum simplicium, ex quo oritur in hac methode quadam percipiendi difficultas; ideo sequenti problemate, alijsque iam notis veritatibus, rem planè illustrabimus, ac simul doctrinæ usum trademus.*

## PROP. XXXI. PROB. VI.

**E**X datis spatijs accelerato motu confectis, cognitisque primis, aut postremis similium, simpliciumque motuum velocitatibus, reperire tempora ipsorum decursuum.

Spatia motibus acceleratis exacta sunt C, D, & velocitates, seu amplitudines genefum ponantur esse A, B, scilicet A principio motus per C, & B initio motus per D, quæritur ratio temporum, quibus exiguntur proposita spatia. Ut A ad B, ita fiat C ad E, & inter E, et D sumatur F media proportionalis. Dico ipsa tempora esse ut E ad F. Componuntur spatia acceleratis motibus exacta ex ratione quadratorum temporum, & ex ea amplitudinum, seu homologarum velocitatum in simplicibus motibus, similibusque sumptarum; & ideo temporum quadrata neçtentur ex ratione spatiorum C ad D, & ex reciproca amplitu-

Tab. 8. Fig. 1.

27. huius.

lem. pr. 3. primi huius.

K

tu-

itudinum E ad C; temporum igitur quadrata erunt vt E ad D, ipsa verò tempora vt E ad F. Quod &c.

PROP. XXXII. PROB. VII.

**E**X datis spatijs accelerato motu transactis, datis item primis velocitatibus similium, simpliciumque motuum, inuenire altitudines simplicium genescum, ex quibus proposita spatia effecta sunt.

Tab. 7. fig. 1.  
30. huius.

Spatia sint E, D reliquis, vt supra, manentibus: quoniam spatia accelerato motu transacta componuntur ex rationibus amplitudinum genescum simplicium, similiumque motuum reciproce sumptarum B ad A, siue E ad C, & ex ea quadratorum altitudinum ipsarum genescum; erit ratio dictarum altitudinum duplicata C ad D; quare F, si sit media proportionalis, non inter E, & D (vt antea posuimus) sed inter C ad D; erit sanè C ad F ratio altitudinum genescum simplicium, similiumque motuum, quam querebamus.

*Exemplum primum: Prop. XXXIII*

**S**I idem graue naturaliter cadens percurrerit à quiete duo spatia; tempora erunt in ratione subduplicata corundem spatiorum.

Ex Cor. pr: 4. huius constat rectangula esse geneses simplicium motuum grauium naturaliter descendendum, & ex def. 7. primi liquet easdem geneses esse motuum similium. Cumque eiusdem mobilis naturaliter cadentis velocitas à quiete sit vna, eademque; simplices motus erunt ij, vt genescum similium, simpliciumque motuum amplitudines æquales sint, proptereaque, vt in figura præcedentis propositionis æquales erunt C, E, atque adeo spatium C, siue E ad D erit in duplicata ratione temporum E ad F.

*Exem.*



## Exemplum II.

## PROP. XXXIV. THEOR. XXVII.

**T**empora similium vibrationum sunt in subduplicata ratione arcuum exactorum, seu longitudinum pendulorum, quorum sunt vibrationes. Sint graua pendula LA, LF, quæ ab eadem recta LF discedentia currant suspensa ex L duos similes arcus circulares FI, AC. Dico tempora horum descensuum esse in ratione subduplicata arcuum FI, AC, seu longitudinum filorum, aut hastularum FA, LA. Ducamus quamcumque rectam LBG, erit AB ad BC, vt FG ad GI, & cum præterea velocitates pendulorum a quiete in A, F sint æquales, pariterque velocitates æquales a quiete in B, G; erit velocitas in A ad velocitatem in B, vt velocitas in F ad velocitatem in G, quare consideratis arcubus ABC, FGI, vt altitudines rectæ, quæ item forent in B, G proportionaliter sectæ, generum simpliciumque motuum, quarum amplitudines æquales sunt, erunt spatia in acceleratis decursibus per FI, AC in ratione duplicata temporum, scilicet ipsi arcus, aut longitudines LF, LA erunt in ratione duplicata temporum. Quod &c.

Tab. 8. fig. 2.

Def. 7. primi.

Idem demonstratum esset beneficio imaginum, quæ vt-pote eorundem illorum motuum simplicium, forent etiam similium, & sunt amplitudines æquales, etenim eadem sunt, ac generum; ergo rursus spatia, hoc est arcus ABC, FGI, nempe longitudines filorum IF, AC erunt in ratione duplicata temporum. Quod &c.

## Scholium.

*Vides, quàm breuiter rei difficillima demonstrationem attulimus, nec dubium, quin illa extendi queat ad quascumque lineas decursuum, dummodo similes, ac similiter positas in iisdem, vel aequalibus ab horizonte planis eleuatis, quemadmodum Dominus Viuianus pulcherrimè proposuit.*

## Exemplum III.

## PROP. XXXV. THEOR. XXVIII.

*Tab. 8. fig. 3.*

**T**empora lationum à quiete per plana eandem eleuationem habentia sunt homologè vt longitudines planorum.

*Tor. pr. 2. de motu grauiū.*

*Cor. pr. 4. huius.*

*31. Jul. 27. hu.*

Sint plana AB, AC eandem eleuationem AD habentia. Dico tempus lationis per AC ad id per AB esse vt AC ad AB. (hæc Torricellij propositio, expositioq; est, hancque eandem veritatem ex nostris principijs demonstrare visū est, non vt de re illa dubitemus, immò contrà, quòd de ea plenè satisfacti simus, ex eo rursus demonstrandam suscepimus, vt exinde methodus nostra, quàm vera sit, elucescat) Momentum descensus in plano AC ad id descensus super plano AB est vt AB ad AC; sunt autem descendentium grauium, etiam super planis inclinatis motus, quos simplices appellamus, inter se similes, nempe quorum geneses sunt rectangula; ergo habebimus simplices geneses, vnā, cuius altitudo AC amplitudoque AB; alteram, cuius amplitudo AC, altitudo autem AB; itaque propositis spatijs AC, AB, primisque velocitatibus AB, AC, si fiat AB ad AC vt CA ad EA, erit EA ad AB duplicata tēporum, & ideo ratio temporum per AC, AB erit CA ad AB. Quod &c.

*Exem-*



## Exemplum IV.

## PROP. XXXVI. THEOR. XXIX.

**I**dem prorsus manentibus demonstrarunt Gallileus, ac Torricellius, gradus velocitatum acquisitos in B, et C eiusdem mobilis descendenti à quiete in A pares esse; idipsum nos ostendemus.

Cum tempora sint vt AC ad AB, & velocitates à quiete in ratione reciproca temporum, scilicet vt AB ad AC, <sup>Tab. 8. fig. 4. 33. huius.</sup> sint deinde velocitates eæ vt amplitudines imaginum simplicium, similiumque illorum motuum (nam amplitudines imaginum velocitatum sunt prorsus eadem, ac illæ generum) erunt ipsæ imagines simplicium motuum æquales; nam tempora, quæ summuntur vt altitudines imaginum reciprocantur, vt dictum est, amplitudinibus, seu primis à <sup>4. huius.</sup> quiete velocitatibus, at in motibus acceleratis ipsæ integræ imagines simplicium motuum sunt loco graduum velocitatum in extremo spatiorum acquiritorum; ergo in B, et C gradus velocitatum æquales erunt.

## PROP. XXXVII. THEOR. XXX.

**S**i æqualia pondera, suspensa sint ex filis, quorum partes inter se æquales, præ tractione æqualiter elongenter tempora in reditu ipsorum filorum, cum ab ipsis grauib. statim liberantur, æqualia erunt. Hoc primum demō. <sup>Tab. 8. fig. 5.</sup> strabimus alia via, tum methodo nostra, vt de ea aliud exemplum tradamus. Sint funiculi AB, DC, & ex ijs pendeant æqualia graua B, C, adeo vt sumptis hinc inde partibus æqualibus eorundem funiculorum, constet ipsas æqualiter ab ipsis grauib. trahi, atque produci. Dico, si elongationes sint HB, GC, & omnibus sic stantibus pondera

dera submoueantur ex B, et C funiculis cæsis, fore ut eadem extremitates restituantur in H, et G æqualibus temporibus. Sit AE æqualis DC, erit porro elongatio facta per idem graue B, quæ sit EF, æqualis GC; propterea liberatis funiculis ad B, et C, eodem tempore restituetur C in G, ac E in F, quo tempore etiam B in H restitutum fuerit; nam vno puncto in primum suum locum redito, etiam alia singula in suum locum peruenisse, oportebit.

*Exemplum.*

**H** Ac occasione de funiculis erit non iniucunda discretio, remque sic adhuc intactam promouebimus, simulque demonstrabimus.

Idipsum propositum nostris principijs sic demonstramus.

Sint eadē, quæ supra, scilicet conceptis in filo AB quotlibet partibus inter se æqualibus, longitudinēque totam implentibus, hæ singulæ æqualiter à pondere B trahentur, eritque BH summa omnium dictarum partium elongationum, & eodem pacto EF erit summa elongationum partiū omnium in AE contentarum, ab eodemque pondere effectarum; propterea ut AB ad BH, ita erit AE ad EF; quomobrem velocitas etiam puncti B sublato pondere B erit ad velocitatem puncti E ob eandem detractionem, ut BH ad EF, vel BA ad EA (nam quot sunt partes conceptę in utraque fili longitudine, totidem sunt etiam impetus inter se æquales) idem ostenderemus si loco ponderis B, minus quodcumque suspenderemus, ut scilicet puncta B, et E ad quemuis locum superius remanerent, librarenturque cum resistentijs partiū eō elongatarum, ergo transitus ex B in H, & puncti E in F subducto pondere B erunt motus simpliciumque; sed motus ex C in G exempto pondere C est prorsus idem, ac motus E in F, ergo motus similes, ac sim.

*pr. 4. huius.*



simplices ex B in H, & ex C in G, ex quibus sunt accelerati, geneses habebunt, quarum primæ velocitates, seu amplitudines proportionales sunt altitudinibus earundem, spatijs nimirum CG, BH accelerato motu exigendis; quæ mobrem componentur ex ratione ipsarum velocitatum, seu amplitudinum CG ad BH, & ex ea quadratorum temporum, quæ proinde æqualitatis erit; itaque etiam huius subduplicata; hoc est tempora in transitibus accelerato motu exactis, erunt paria.

## Corollarium.

*Hinc patet, ubi æquè crassis filis eiusdemque materiei vel cedentia suspensa sint æqualia pondera, tunc primas velocitates, subductis ponderibus, fore in eadem ratione elongationū, vel longitudinum filorum.*

## PROP. XXXVIII. THEOR. XXXI.

**S**I extremitatibus funiculorum ex vna parte firmatorū, ac eandem crassitiem habentium, nec non eiusdem cædentia existentium, fuerint suspensa æqualia pondera, quæ inde ipsdem longitudinibus seruatis, quomodo oportet tollantur, erunt spatia recursum, temporibus simplicium motuum exacta in ratione longitudinum pendulorum.

Sit funiculus AC æquè crassus ac BD, & suspensis hinc inde ponderibus æqualibus, elongatio primi funiculi sit CE, & alterius sit DF. Dico spatia temporibus simplicium imaginum, ab extremitatibus solutis exacta, fore in ratione longitudinum ipsorum funiculorum.

Iam constat CE ad DF esse, vt AC ad BD, in qua ratione sunt etiam velocitates à quiete, dum pondera subducerentur ex E, et F, vel ex alijs punctis quibuscunque si æqualia pon-

pondera suspensa fuissent maioris, vel minoris ponderis, sic enim concipiuntur geneses similium, simpliciumque motuum, quarum altitudines æquantur elongationibus funicularum; propterea spatia recursuum temporibus simplicium motuum exacta, necentur ex rationibus duplicata CE ad DF, hoc est AC ad BD, & ex reciproca filorum, scilicet BD ad AC, quæ ratio, ut diximus, est reciproca primarum velocitatum, seu amplitudinum genesium simplicium, ergo ipsa spatia in reditu filorum ab extremitatibus solutis exacta, erunt ut AC ad BF, seu ut CE ad DF. Quod &c.

## PROP. XXXIX. THEOR. XXXI.

**T**empora simplicium, similiumque dictorum motuum sunt æqualia.

Nam cor. 2. pr. 8. huius primi demonstratum est, tempora simplicium, similiumque motuum componi ex ratione spatiorum, seu altitudinum genesium, & reciproca primarum, aut extremarum velocitatum, seu amplitudinum genesium: sunt autem altitudines genesium tractiones, seu elongationes funicularum, quæ sunt ut longitudines funicularum, ergo tempora æqualia erunt.

*Corollarium.*

*Constat, tempora simplicium genesium in tractionibus funicularum, esse composita ex ratione elongationum funicularum, & ex reciproca primarum velocitatum.*

Scho-



## Scholium.

*Superioris propositionis veritas concordat cum prop. 37. huius, in eo tantum variatur, quod ibi ponuntur data spatia elongationes funicularum, hic vero tempora simplicium motuum, & quia elongationes ostense sunt proportionales spatijs nunc exactis, manifestum est, nostri iuris esse modò spatia acceleratis motibus exacta ex temporibus simplicium motuum datis concludere, modò contrà, ex spatijs altitudinibus generis proportionalibus, quæ item data sunt, tempora inuenire, quæ proinde methodus mihi videtur amplissima.*

## PROP. XXXX. THEOR. XXXIII.

**S**I eiusdem crassitie funiculis pondera dependeant, quæ sint in ratione reciproca longitudinum ipsorum funicularum, spatia temporibus generis simplicium motuum exacta erunt in ratione duplicata elongationum.

Nā si sit pōdus E ad F sicuti lōgitudo DB ad CA, & sint, Tab. 3. Fig. 6.  
crassities funicularū æquales erit sanè ratio, quæ cōponitur ex ratione funicularū, & ex ea pōderum, æqualitatis; ob idque geneses simplicium motuum, quarū altitudines CE, DF habebūt amplitudines, nepe primas velocitates inter se æquales (nam cum pondera erant æqualia, primæ velocitates proportionabantur longitudinibus funicularū, ideo, cum pondera reciprocantur longitudinibus ijsdem, seu viribus funicularum, fit vt primæ velocitates æquales reddantur) cum ergo ita sit, spatia recursuum temporibus imaginum simplicium & accelerato motu confecta erunt in ratione duplicata elongationum. 28. huius.

## Corollarium.

*Cum ex eadem pr. 28. huius, eadem spatia sint ut quadrata temporum, erunt ipsa tempora in ratione subduplicata elongationum.*

## PROP. XXXXI THEOR. XXXIV.

*Tab. 8. Fig. 6.*

**S**I funiculis æqualem crassitiem habentibus fuerint suspensa inæqualia pondera, spatia, quæ acceleratis motibus, ac temporibus genesum simplicium recurruntur neſtentur ex ratione duplicata elongationum, & ex duabus reciproce sumptis rationibus, nempe longitudinum primarum funiculorum, antequam pondera suspenderentur; & ipsorum ponderum.

*Cor. pr. 37.  
huius.*

*30. huius.*

In antecedenti figura illud primum satis patet, quòd si loco ponderis F suspensum fuisset pondus aliud gravius, aut leuius, prior velocitas in ascensu fili, seu funiculi, aut chordæ aucta, vel imminuta fuisset pro magnitudine ponderis substituti; quamobrem priores velocitates ex inæqualitate ponderum eidem chordæ suspensorum dependentes forent, ut ipsa pondera; verùm cum suppositis funiculis æqualia pondera suspensa veniunt, primæ velocitates sunt ut longitudines funiculorum, ergo velocitates primæ, cum inæqualia sunt pondera, quæ subtrahuntur, neſtentur ex ratione longitudinum funiculorum, & ex ea ponderum inæqualium: quæcumque igitur sit tractio DF, geneses habebimus similium simpliciumque motuum, vnam, cuius altitudo CE, & alteram habentem altitudinem DF, & sunt earundem genesum amplitudines, seu primæ velocitates in ratione composita funiculorum AC ad BD, & ponderis pendens ex E ad pondus suspensum in F; ergo spatia acceleratis motibus transacta temporibus genesum simplicium

ne-



neantur ex ratione duplicata elongationum, siue altitudinum genefum, & ex duabus rationibus reciproce sumptis funiculorum AC ad BD, & ponderum E ad F. Quod &c.

## PROP. XXXXII. THEOR. XXXV.

**I**dem positis, si spatia recursuum erunt ipsæ elongationes, tempora, quibus ab extremitatibus solutis recurruntur, erunt in ratione subduplicata eorundem. Nam cum geneses similium, simpliciumque motuum sint æquæ amplæ, erunt, tempora in ratione subduplicata imaginum, seu spatiorum acceleratorum motuum, sunt verò spatia ipsæ elongationes; ergo &c.

## PROP. XXXXIII. THEOR. XXXVI.

**C**ordæ non eiusdem crassitie, eiusdem tamen materiæ, ac longitudinis, tunc æquæ trahentur ubi suspensa pondera crassitudinibus proportionalia fuerint. Nam crassior chorda potest concipi composita ex funiculis eiusdem crassitie alterius chordæ, si illa huius fuerit multiplex, & si partes exilior funiculus fuerit alterius crassioris, erit crassities alicuius alterius funiculi, quæ pluries accepta, constituere poterit utranque crassitiem funiculorum propositorum (hic enim non accidit enumerare crassities inter se irrationales, quippe quia, quod de iam dictis ostenderimus, de his quoque facile est iudicare, secus essemus longi, quam par est, potissimum cum hæc præter institutū adjiciantur, & quidem ut constet, quomodo methodus ista nostra facilis sit, ac utilissima) quapropter si cuique acceptarum æqualium chordarum, pondera æqualia suspensa sint, porrò hæc omnes æquæ trahentur ab ipsis æqualibus ponderibus, & sic etiam composita, nempe chordæ pro-

positæ: suntque ita pondera in eadem ratione crassitierum, sicut proposuimus; ergo patet propositum.

PROP. XXXIV. THEOR. XXXVII.

*Tab. 8. fig. 6.*  
*42. huius.* **S**I fuerint eiusdem materiæ funiculi, & sint illis suspensa pondera crassitiebus proportionalia, ratio spatiorum in reductibus accelerato motu exactorum, temporibus simplicium genesum, erit eadem ac funiculorum.

*Cor. pr. 37.*  
*huius.*  
*27. huius.* Nam, ut in præcedenti figura, erit tractio CE ad DF ita AC ad BD, vel AE ad BF, sunt autem primæ velocitates, seu amplitudines genesum simplicium, similiumque motuum in ratione funiculorum, ergo decursuum spatia motibus acceleratis exacta neſtentur ex ratione duplicata altitudinum genesum simplicium, nempe duplicata funiculorum, & reciproca amplitudinum, suntque ipsæ amplitudines homologæ ut longitudines funiculorum, ergo relinquitur ut ipsa spatia sint in vnica ratione longitudinum funiculorum.

Quod si spatia recursuum ponantur ipsæ tractiões, vel longitudines funiculorum, ostendetur tempora esse æqualia, quemadmodum æqualia sunt tempora superius proposita simplicium genesum.

PROP. XXXV. THEOR. XXXVIII.

*Tab. 8. fig. 7.* **S**I eiusdem materie quibuscunque funiculis aligentur quæcunque pondera, ijs sublati ascensuum spatia ab extremitatibus solutis exacta temporibus genesum simplicium, ijs nempe quæ impenderentur in motibus iuxta simplices geneses, erunt in ratione composita quadratorum elongationum chordarum, ex ea crassitierum, & ex duabus reciproce sumptis rationibus, nempe longitudinum funiculorum antequam traherentur; & suspensorum ponderum.

Fu-



Funiculi AB, GH trahantur à ponderibus quibuscunque C, I in C, et I. Dico si exempta sint pondera, fore, ut spatia quæ acceleratis motibus exiguntur ab extremitatibus solutis C, I sint in ratione composita ex duplicata IH ad BC, crassitudinis ad crassitudinem funiculorum AB, GH; deinde ex funiculi longitudine HG ad longitudinem AB, ponderisque I ad pondus C. Intelligatur funiculus, seu chorda, æque crassa, ac similiter cedens, quàm GH (id quod semper intelligimus quoties funiculi, inter se comparantur) sed æquè longa, ac AB, sitque illi pondus F adiectum, ad quod C eandem habeat rationem, ac crassities AB ad crassitiem DE, constat elongationem EF æqualem fieri ipsi CB, & cum primæ velocitates, seu amplitudines æquè altarum genesium simplicium, simpliciumque motuum sint etiã æquales, spatia decursuum acceleratis motibus exacta erunt prorsus æqualia; sunt verò funiculi DE, GH eiusdem crassitiei, eisque sunt suspensa duo pondera inæqualia F, I; ergo decursuum spatia ab extremitatibus solutis exacta necesse est ex ratione duplicata elongationum FE, seu CB ad IH, ex ratione, quam habent longitudines funiculorum HG ad DE, seu AB, & ex ea ponderum I ad F; verum pondera I ad F necesse est ex rationibus ponderum I ad C et C ad F, quæ postrema est ratio crassitiei funiculi AB ad crassitiem funiculi DE, seu GH; ergo ut proposuimus spatia acceleratis motibus exacta, necesse est ex rationibus quadratorum CB ad HI; crassitudinum funiculorum AB, GH; ponderum I ad C, & longitudinum HG ad AB. Quod &c.

## PROP. XXXXVI. THEOR. XXXIX.

**T**empora genesium simplicium, dum chordis suspenduntur quæcunque graua, necesse est ex ratione elongationum funiculorum, & ex contrariè sumptis rationibus, crassitudinum, longitudinumque funiculorum, nec

non

non ponderum funiculis suspensorum.

Nam Cor: 2. pr. 8. primi demonstratum est, tempora simplicium similiumque motuum componi ex ratione spatiorum, seu altitudinum generum, & reciproca primarum velocitatum, seu amplitudinum generum, sunt autem altitudines generum tractiones, seu elongationes funiculorum; velocitates verò primæ necuntur ex rationibus crassitudinum, & ex ea longitudinum funiculorum antequam traherentur (hoc enim subinde ostendemus) ergo tempora proposita simplicium generum, dum chordis alligantur quæcunque inæqualia pondera, componentur ex rationibus elongationum funiculorum, & ex contrariè sumptis crassitudinum, longitudinumque funiculorum, & ponderum.

*Assumptum.*

*Tab. 8. fig. 7.*

**V**erum primæ velocitates in iisdem chordis componi ex ratione crassitudinum, longitudinum funiculorum, & suspensorum ponderum, sic ostendemus,

*43. huius.*

*Ex 41. huius.*

Quoniam in eadem postrema figura velocitas, quam haberet funiculus AB ex liberatione ponderis est æqualis velocitati, quam haberet alius funiculus, ubi hic etiam liberaretur à pondere, scilicet cum pondera crassitiebus funiculorum proportionalia sunt, & ipsi funiculi æquè longi; velocitas funiculi DE à pondere F ad velocitatem eiusdem funiculi, si loco ponderis F substitutum esset aliud æquale ipsi I, esset ut pondus F ad substitutum, seu ad I, est autem velocitas eiusdem funiculi DE, dum fuisset pondus ei suspensum æquale I ad velocitatem funiculi GH a pondere I ut longitudo DE ad GH; ergo patet propositum.

*Scho-*



## Scholium.

Quod hucusque ostendimus in funiculis ponderibus de-  
granatis, non ab simili modo præstabimus in chordis ad utrā-  
que extremitatem firmatis, & adductis, hoc tantum discrimi-  
ne, ut si in ijs pondere sublato, motus extremitatis soluta at-  
tendebatur, hic media parte attractā chordā, & subinde sui  
iuris relictā, vibrationem eius observamus, & equidem illa  
omnia in hunc finem ostendimus, quippe ab hac re, plurima  
utilissimaque veritates manere possunt. Nam de arcubus posset  
pulcherrima institui ratio, & qui vellet armonicorum sono-  
rum, vel vocum per chordarum vibrationes editarum, tempo-  
ra, cum soni ad aures perveniunt, investigare, reor non aliam  
viam, quā hanc ingredi nos debere, atque inde consonantia-  
rum fortasse naturam percipere posse, ut primus annuit Gal-  
lileus quamquam vibrationes tensorum chordarum differāt  
ab ijs pendulorum.

F I N I S.

Spie-

# SPIEGATIONE

di vna nuoua specie di Balestra.

Tab. 9.



N questa figura si esprime vna nuoua inuentione di Balestra, la quale, massimamente in grande, per tirar granate, ò sassi può essere di gran conseguenze nella militare, come dimostrerassi.

Dalle sue parti si verrà in cognitione del modo di fabbricarla, e sono le seguenti.

AM, MN sono amendue le braccia. Il punto M è il centro della machina. Per la cauità M deue passar la palla scagliata dalla corda; e per di sotto M si ferma & incastra nel manico, al modo delle balestre comuni. Ai due capi, ò siano estremità A, N si annette la fune. I punti A, E, F, G, I, K sono in vna linea retta. Gl' interualli AE, EF, FG, GI, IK, sono, benche non di necessità, eguali. Le altezze, ò commessure KL, IH, GD, FC, EB perpendicolari, nell' incuruarsi dell' arco, si aprono intorno a' centri K, I, G, F, E. Donde ne siegue, che prendendo la corda dal suo mezzo, e tirandola verso O; amendue le braccia si aprono nelle predette commessure, come compare nell' vno d'essi segnato a punti con le lettere corrispondenti. Ciascuna delle predette commessure viene strettamente rinferrata da vna molla, come si vede in L, H, D, C, B; e queste molle, quanto più si auvicinano al centro M, deono essere più grandi e più massiccie, in modo che, per cagione della grandezza opportuna, vengano ad aprirsi con egual facilità dell'altre, e per cagione della grossezza, habbiano nel serrarsi maggior forza, ò sia momento, per la ragione, che sotto si dirà.

Ciò presuppuesto, è facil cosa dimostrare i vantaggi di que-



questa machina sopra le ordinarie.

Primieramente nel triangolo ALK, essendo le altezze EB, FC, GD, IH, KL perpendicolari, e perciò parallele; ne siegue che le proportioni di AE ad EB, di AF ad FC, di AG a GD, di AI ad IH, di AK a KL sieno tutte eguali; e douendo essere parimente eguali le resistenze delle molle in B, C, D, H, L, che si suppongono di egual neruo nell'aprirsi; ne siegue (secondo i principij della Meccanica) che attraendosi con la fune l'estremità A, nel medesimo tempo e con la medesima facilità vincerà l'equilibrio di tutte le molle; la resistenza delle quali si considera in ragione di peso, si come le linee AE, EB; AF, FC; AG, GD; &c. si considerano come verti, ò lieue, che hanno i loro ippomoclij, ò siano centri in E, F, G, I, K, e la potenza in A, la quale è comune a tutte.

In secondo luogo, hauendo il braccio AE al braccio EB (il simile dicasi degli altri) hauendo, dico, gran proportioni, resterà molto ageuolato il moto.

Terzo essendo molte le molle, e aprendosi tutte, ne deue seguire vn notabile incuruamento d'amendue le braccia; onde lasciando l'arco in libertà, e chiudendosi tutte le sudette molle nel medesimo tempo, cioè quasi in vn attimo; dourà la corda, che era tirata verso O, passare quasi in istante verso M; il che non potendosi fare se non con somma velocità, per la grandezza dello spatio; e a questa corrispondendo la forza, ne seguirà vn colpo molto considerabile, e vantaggioso, come ciascuno può arguire.

Restano hora a sciorsi alcune difficoltà. La prima è, che, quantunque sia vero, che quella forza bastante in A per vincer l'equilibrio della molla B, quella medesima altresì sia sufficiente a vincer l'equilibrio di tutte l'altre, per essere eguali le proportioni delle vetti; ciò non ostante, considerandosi il braccio incuruato, come si vede nell'arco KLA segnato a punti, le proportioni riescono alterate; do-

M

uen.



uendosi prendere per le lunghezze delle veti sudette, non più le lunghezze di prima, ma bensì le applicate di detto arco, cioè af, ag, ai, ak; delle quali aK, e l' altre a lei più vicine si abbreviano molto più quando l' arco è incuruato, che quando non è: Onde per tal ragione douerebbero le parti più vicine al centro M aprirsi meno dell' altre più vicine alle estremità. A ciò si risponde, che per esser la corda a o più obliqua alla lunghezza a e di quel che sia all' altre più vicine al centro M, quindi ne siegue, che per quel' altra cagione s' aprono più ageuolmente le parti vicine al centro; onde, temperata vna ragione con l' altra (quando l' arco non sia estremamente incuruato) si conseguisce vno stato d'apertura opportuna.

La seconda difficoltà è che ciascuna molla nel suo stringersi, par che cagioni qualche effetto contrario all' intento. Imperoche, per esempio, nella molla B il mezzo anello, che risguarda l' estremità A, nello stringersi fa bensì il suo douere, perche il suo moto è verso il centro M; ma l' altra metà, che risguarda il sudetto centro M, nello stringersi, hauendo il suo moto verso A, si oppone al chiudimento della molla seguente C; e il simile dicasi dell' altre. A ciò si è posto rimedio col far più grandi, e più massiccie le molle più vicine al centro M, accrescendole, e ingrossandole di mano in mano opportunamente. Quindi ne segue che per la maggior grandezza cōsentono egualmente all' aprirsi con facilità; ma all' incontro nel ferrarsi, per essere più massiccie, e di maggior corpo, vengono ad hauere maggior momento delle men corpulenti, superando con ciò non solo il detto moto opposto, ma etiandio imprimendo maggior moto al ferro dell' arco, con cui si accomuna il moto.

Auvertasi, che quanto faranno di maggior numero le cōmesure, le molle di maggior peso, e l' arco più pouero di corpo, tanto riuscirà il colpo a dismisura maggiore, per l'  
in-



incuruamento notabile delle braccia, e per il maggior momento delle molle; e ciò con adoperare la medesima forza.

Auvertasi parimente, che il braccio AE, è il suo corrispondente deuono essere alquanto più corti, cioè A vna delle estremità dell'arco deue essere più verso il centro di quel che sia il concorso delle linee LB,KE, come pure dall'altra parte; perche si vede che aprendosi meno le parti vicine ad A, l'altre molle fanno miglior effetto.

Finalmente la sperienza ha mostrato, che essendosi lauorata vna tal machina con pochissimi nodi, ageuolissima ad aprirsi, e senza hauer ingrandite e ingrossate le molle, che più si vanno auuicinando al centro M, come si è detto; con tutto ciò l'ordigno è riuscito di forza molto superiore a vna balestra grande, e difficilissima a inarcarsi. Onde non dubito, che, facendosi con tutte le regole accennate, non debba riuscire vna machina di effetto marauiglioso aggiungendo che per tirar granate douerebbero i bracci esser di legno, armati di ferro sol doue si richiede.

M z

Nou-

## Nouum genus Balistæ Explicatio.

Tab. 9.



hac figura exprimitur nouum genus Balistæ, quæ machina præsertim in mole maiori, non parum utilitatis afferre potest rei militari ad eiacula missilia, vt demonstrabitur. Ex eius verò partibus, quas subinde recenseo, etiam modus structuræ apparebit.

AM, MX sunt brachia. Punctum M centrum machinæ. Per cauitatem M transit telum emissum. Infra M inseritur manubrium, vt in balistis vulgaribus. Extremis capitibus A, N adnectitur funis. Puncta A, E, F, G, I, K sunt in linea recta. Interualla AE, EF, FG, GI, IK sunt (licet non necessariò) æqualia. Altitudinis, seu commissuræ KL, IH, GD, FC, EB sunt perpendiculares rectæ occultæ KA. Singulæ autem, dum curuatur arcus, aperiuntur circa centra K, I, G, F, E. Hinc sequitur vt funis ex medio dum attrahitur in O, aperiantur prædictæ commissuræ, seu nodi, & curuentur vtræque brachia, vt in eorum altero apparet punctis notato. Quilibet ex his nodis arcuissimè stringitur supernè, a suo elaterio, vt videre est in L, H, D, C, B. Elateria autem quò propinquiora centro M tanto maiora, & crassiora debent esse remotioribus: Hinc fit vt, propter molem opportunè auctam, æquè facilè aperiantur, ac cætera; & vice versa, propter crassitiem maiorem, sibi relicta validiùs restringantur. Cuius rei paulo infra rationem dabimus.

His positis facile est ostendere, quantum præstet huiusmodi machina vulgaribus & communibus balistis.

Primum, in Triangulo ALK cum altitudines EB, FC, GD, IH, KL sint perpendiculares, ideoque parallelæ, hinc fit



fit ut rationes AE ad EB, AF ad FC, AG ad GD, AI ad IH, AK ad KL sint æquales. Sunt pariter æquales resistentiæ elateriorum in B, C, D, H, L (posuimus enim elateria ita opportunè aucta ut æquè facile singula aperiantur) ergo (ex primis principijs mechanicorum) dum attrahuntur fune extrema capita A, N, eodem tempore, eademque facilitate vincetur æquilibrium omnium elateriorum, quorum resistentia in singulis consideratur in ratione ponderis, quemadmodum lineæ AE, EB; AF, FC; AG, GD &c. considerantur ut vectes, quorum hippomoclia seu cētra sunt in E, F, G, I, K, potentia autem consideratur in A communis omnibus.

Secundò, cum AE ad EB (idem die de cæteris) habeant magnam proportionem, facile aperientur nodi, & curuabitur arcus; quantumvis augeatur numerus nodorum.

Tertiò Cum sint plures nodi, atque omnes aperiantur, necesse est ut brachia arcus valdè incuruentur; quamobrè si idem arcus sibi relinquatur, prædicti nodi omnes, vi elateriorum, ictu oculi claudentur; eodemque puncto temporis corda ex O percurrer totum spatium vsque ad M: Quòd cum fieri nequeat nisi summa velocitate, propter magnitudinem prædicti spatij, & velocitati respondent vis, atque impetus, necesse est ut hinc sequatur ictus valde notabilis, ut facile est vnicuique conijcere.

Super sunt nunc difficultates nonnullæ soluendæ. Prima est, quòd licet vis sufficiens in A ad vincendum æquilibrium elaterij B, illa eadem quoque sufficiat ad vincendum æquilibrium cæterorum, propter æquales proportiones vectium; his tamen non obstantibus, si consideretur brachium iam incuruatum, ut apparet in KLA punctis notato, proportionēs illæ cernuntur notabiliter variatæ. Neque enim pro longitudinibus vectium sumi possunt longitudines priores, sed loco ipsarum accipiendæ sunt applicatæ arcus, videlicet af, ag, ai, ak quarum ak, eidemque propinquiores, quādo

Bali-  
naio-  
i mi-  
stra-  
inde

achi-  
M in-  
remis  
, I, K  
ut (li-  
ssuræ  
cultæ  
r cer-  
edio  
, seu  
o ap-  
strin-  
C, B.  
iora,  
opter  
cæ-  
elicta  
onem

hu-  
is.  
FC,  
hinc  
fit

do arcus incuruatur, breuiores fiunt, quàm essent antea. Respondeo, quòd corda ao cùm sit obliquior respectu longitudinis ac, quàm respectu cæterarum centro propinquiorum, hinc fit vt, quantum est ex hac ratione, faciliùs aperiantur partes propinquiores centro; quamobrem, vtraque ratione inuicem temperata, (dummodo arcus non sit summè incuruatus) omnes partes aperientur, quantum satis est ad intentum.

Altera difficultas est, quod elaterium quodlibet dum restringitur videtur obstare motui elaterij sequentis. Nam, exempli gratia, in elaterio B semiannulus respiciens extremum A, dum stringitur, optimè præstat suum effectum, cū eius motus sit versùs centrum M. At è contrario reliqua pars, seu semiannulus respiciens prædictum centrum M, cū habeat suum motum versùs A videtur obstare, quo minus liberè claudatur sequens elaterium C. Aque idem de cæteris dicendum. Huic incommodo consultum est augendo magnitudinem, & crassitiem elateriorum, quò magis accedunt ad centrum M. Hinc enim sequitur vt propter magnitudinem facilè consentiant arcui, dum incuruatur; at dum idem arcus liberè sibi relinquitur, cum sint corpulentiora & crassiora habent maius momentum, quàm cætera graciliora, ideoque non modo vincunt motum illum oppositum, sed etiam imprimunt maiorem motum ferro arcus, cui ille motus communicatur.

Aduerte quod commissuræ seu nodi, quò plures fuerint, elateria autem maioris ponderis, arcus denique corporis gracilioris equæ expeditioris, tanto ictus longat præstantior sequetur, tum propter notabilem curuaturam brachiorum, tum propter momentum maius elateriorum, & quidè posita eadem potentia, aut etiam minori, pro vt longitudines vectium statuuntur.

Aduerte etiam, longitudinem brachij AE, eiusdemque, correspondentis debere cæteris paribus nonnihil imminui, quod



quod fiet si A, alterum extremum arcus, sit proprius centro M, quàm sit concursus linearum LB, KE. Idem dicendum de altero extremo N. Nam cum minus aperiantur partes propinquiores puncto A, cætera elateria, ut compertum est, meliorem effectum præstant.

Fauet denique experientia. Nam huiusmodi machina paucissimis nodis constructa, facillimæ curuaturæ, cum elaterijs eiusdem prorsus molis & crassitudinis; nihilominus longè superauit vim balistæ communis maximæ, & difficillimæ flexionis. Quamobrem non dubito quin, si præcepta superius data exactè seruentur, elaborari possit machina miræ utilitatis. Adde postremo ad iacienda quædā missilia, ut est genus quoddam bolidum, vulgo *granate*, opportuniora esse brachia lignea, tantummodo, ubi necessitas postulat, armata ferro.

F I N I S.

*Vid. D. Bernardus Marchellus Re-  
ctor Pœnitent. in Metropol. Bonon.  
pro Illustriss. & Reverendiss. Domino  
D. Iacobo Boncompagno Archiepis-  
copo, & Principe.*

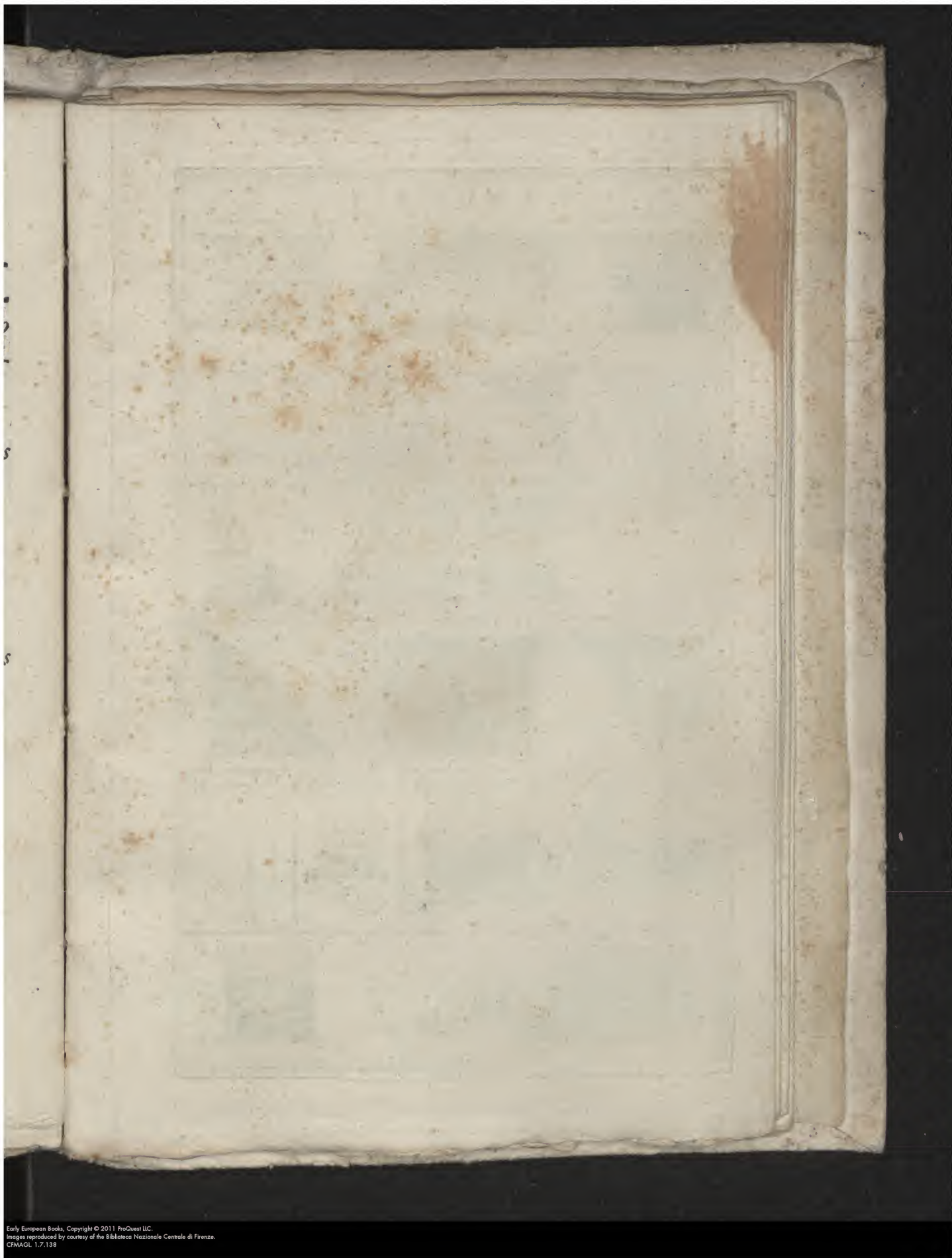
*Vid. Silvester Bonfiliolus Inquisitionis  
revisor, & imprimi posse censuit.*

*Stante attestatione .*

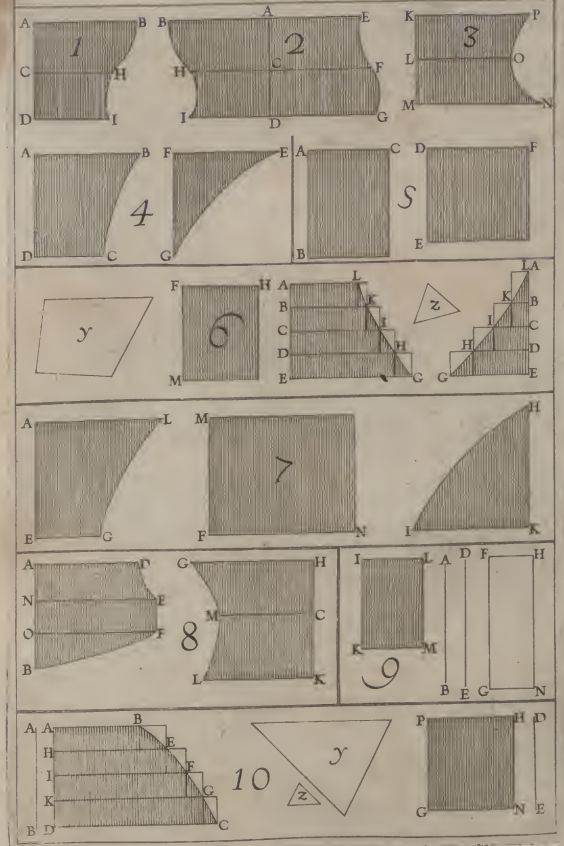
*Imprimatur.*

*F. Ioseph Maria Agudius Vicarius  
Sancti Officij Bononiæ.*

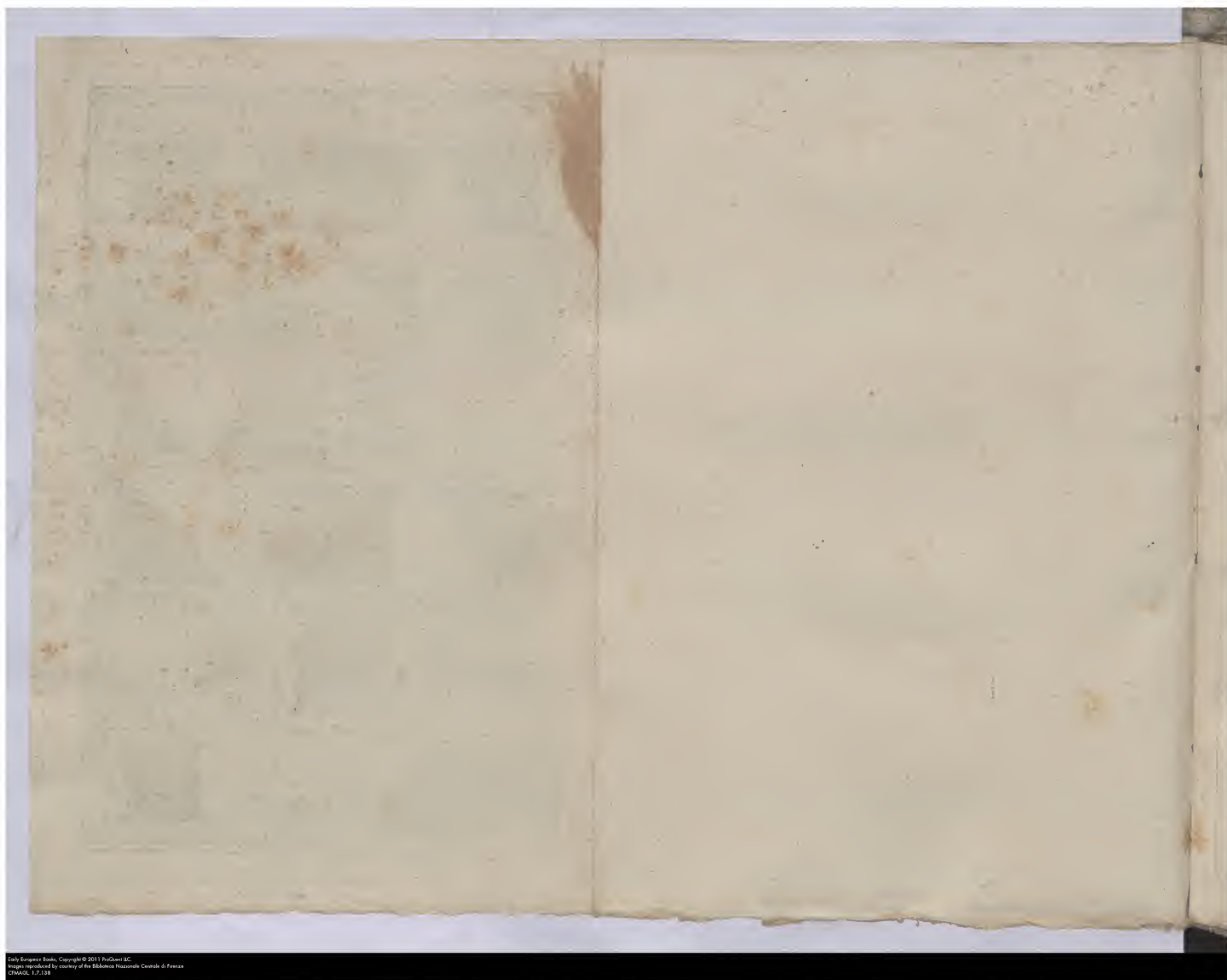




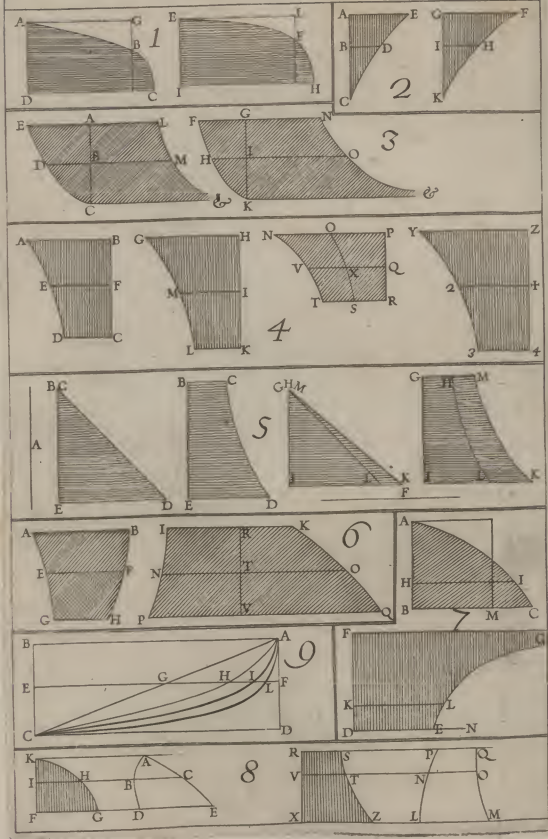
# TABVLA I.



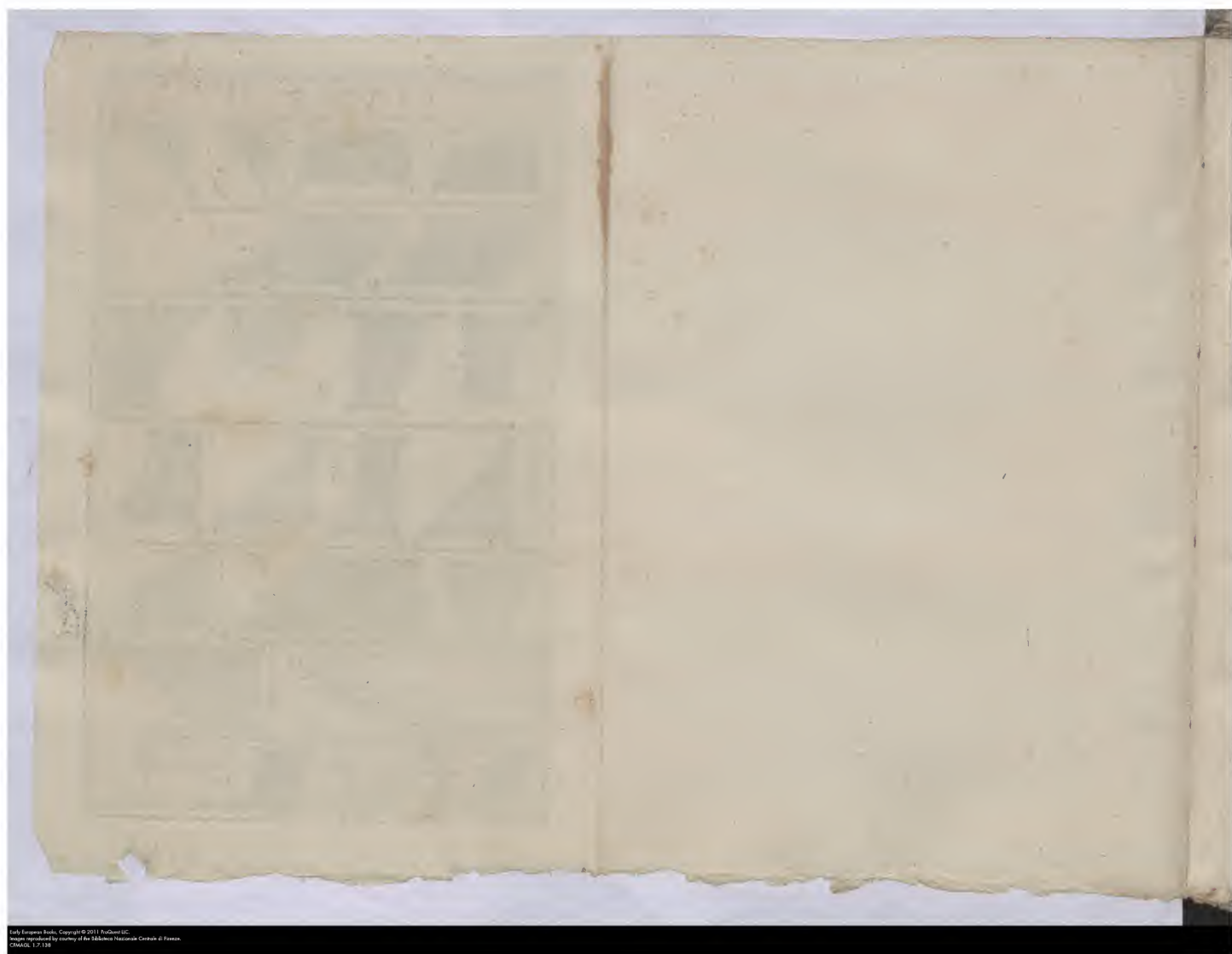




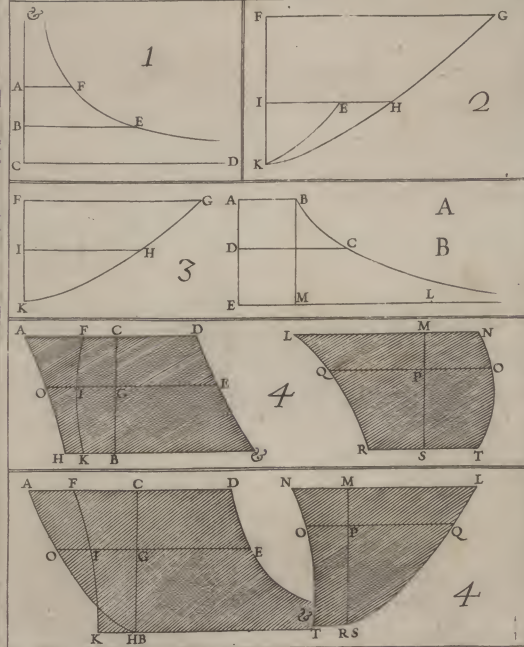
# TABVLA II.



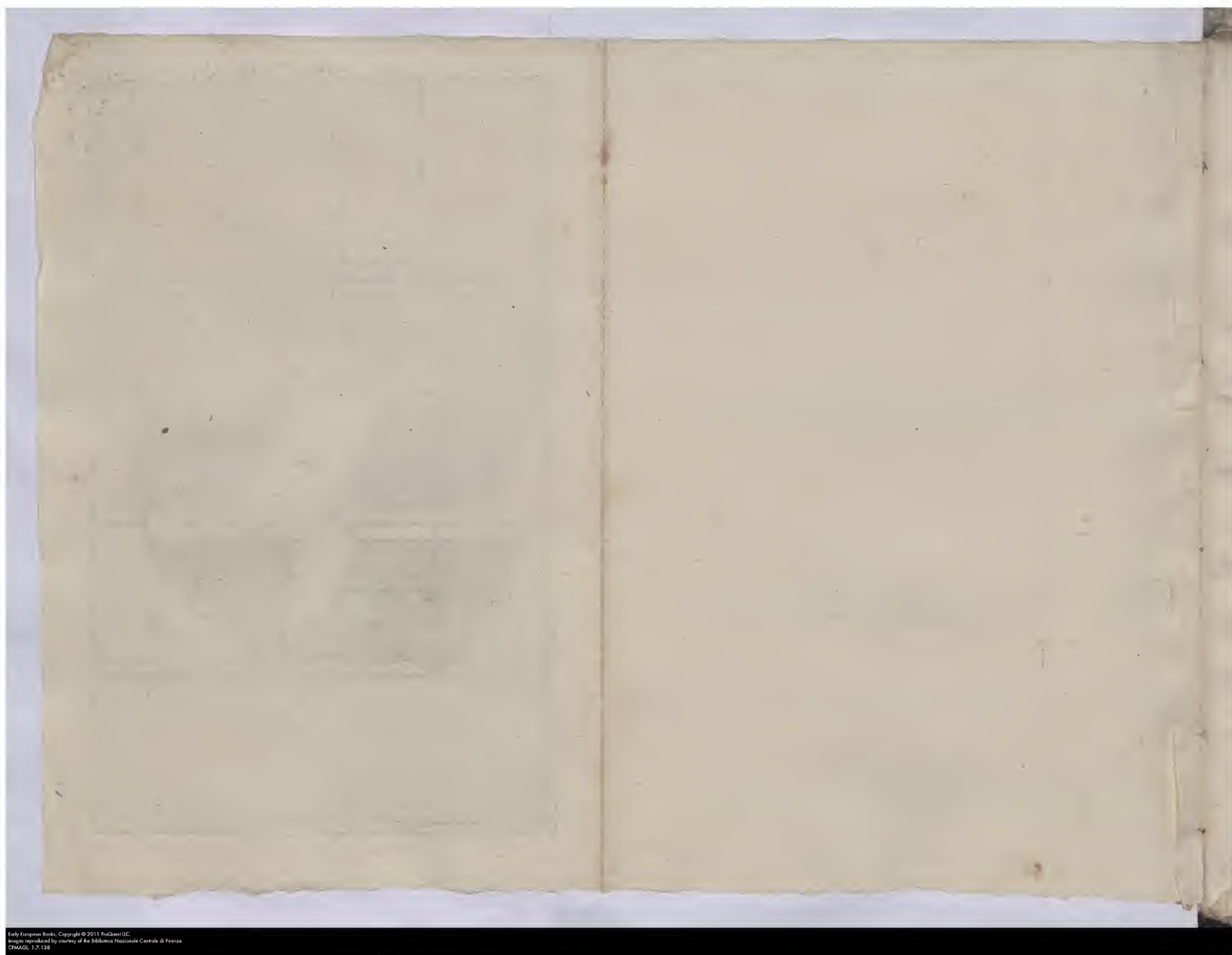




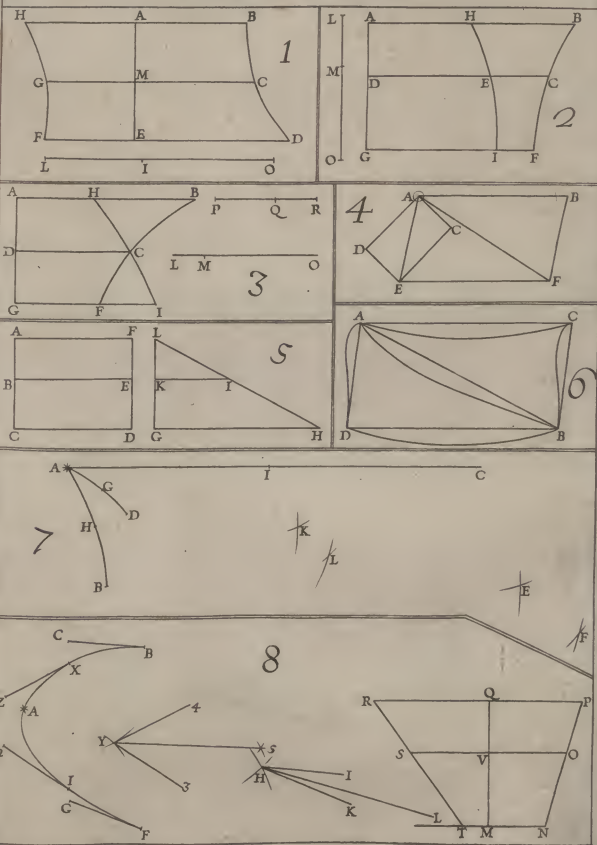
# TABVLA III.



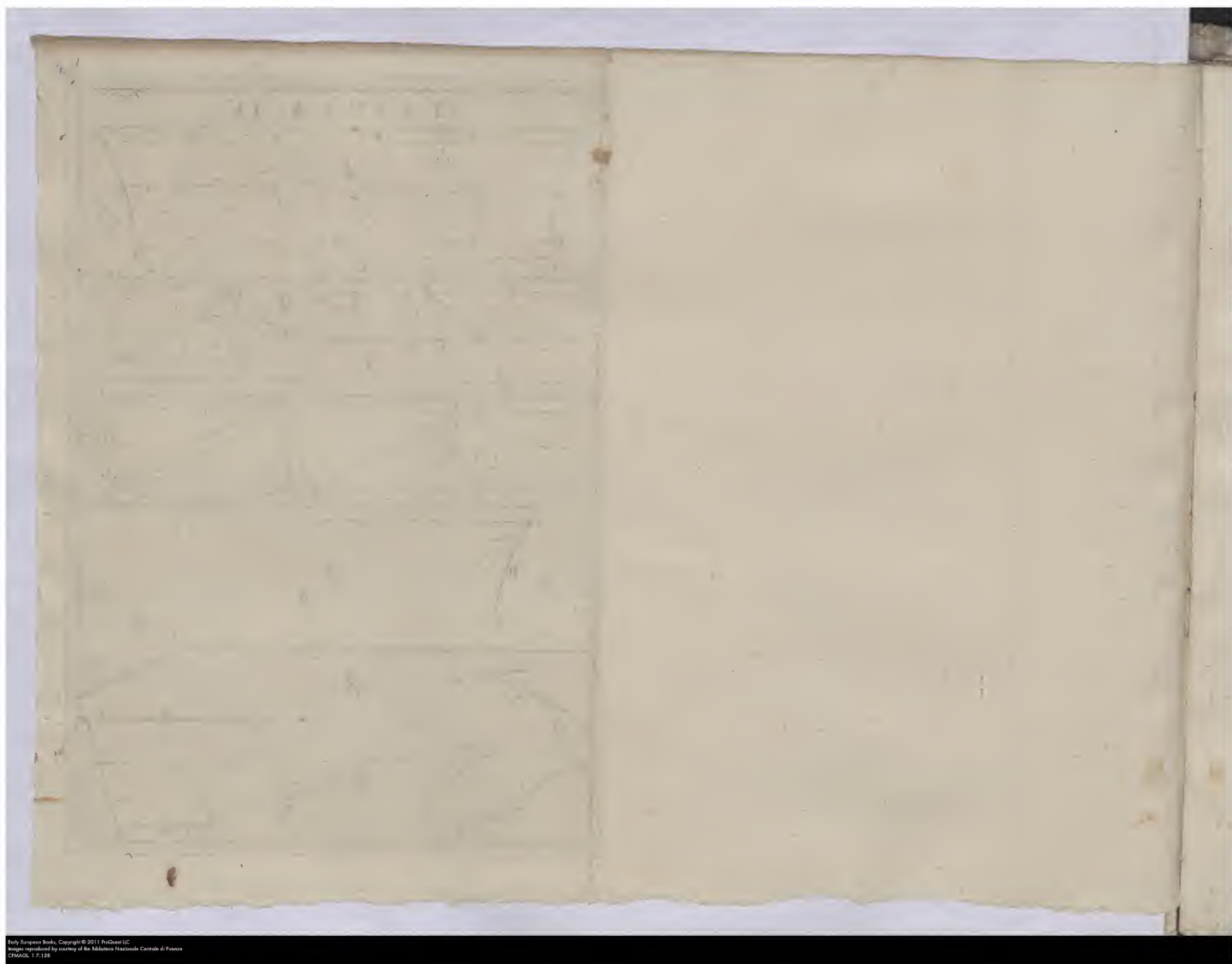




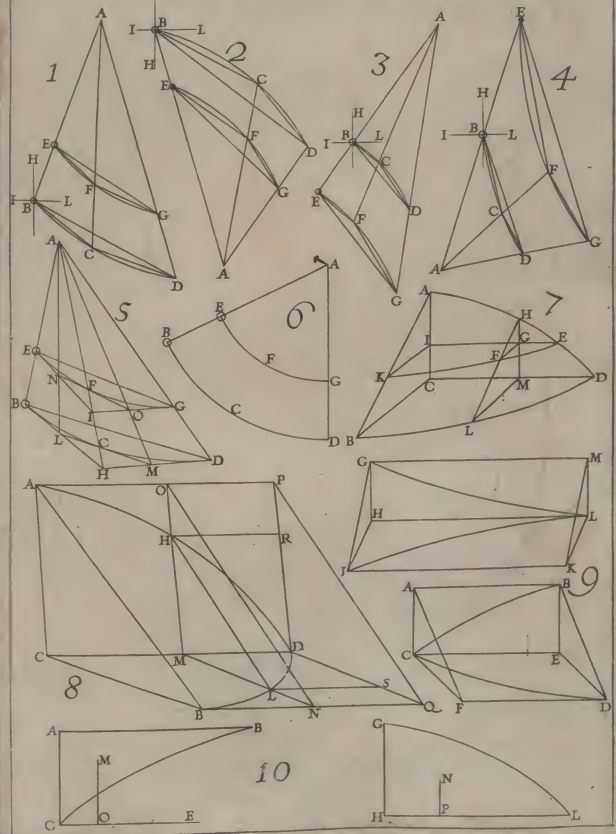
# TABVLA IV.







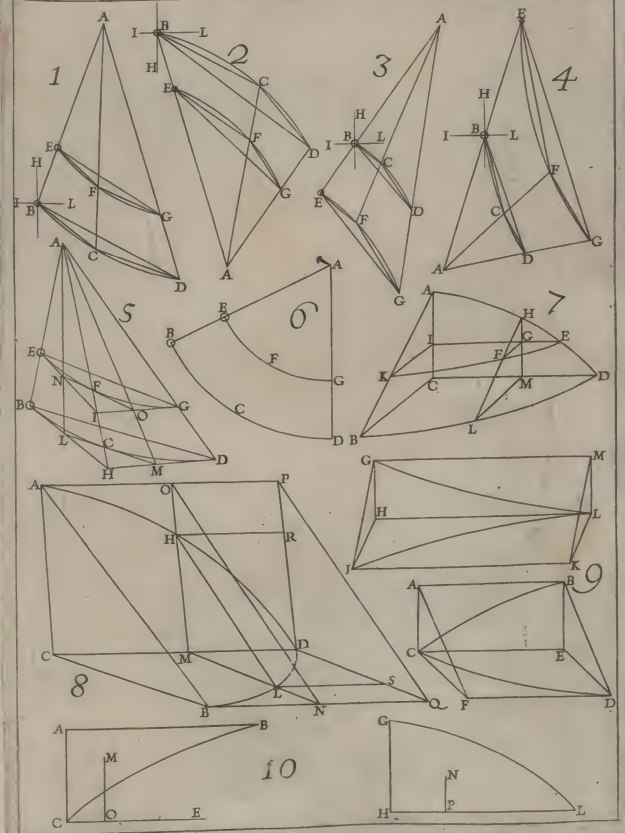
# TABVLA VI.







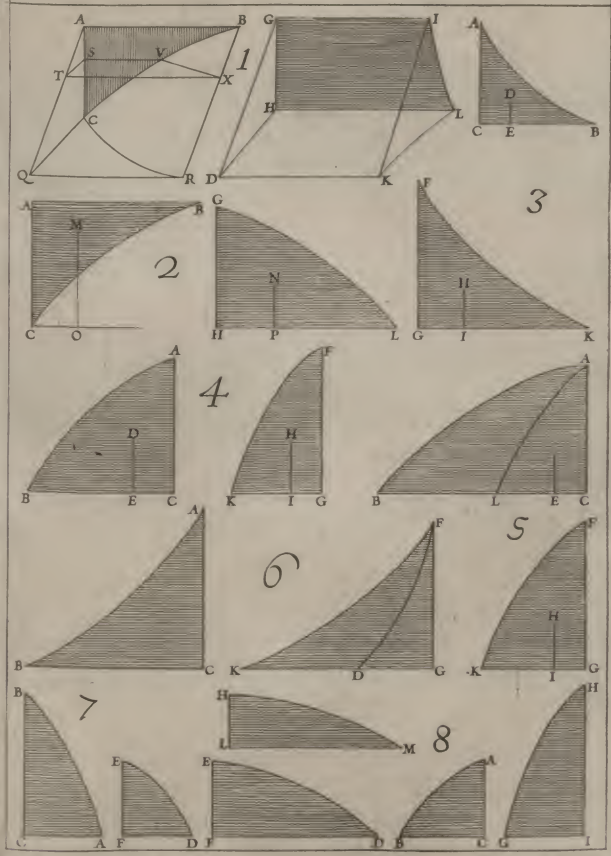
# TABVLA VI.



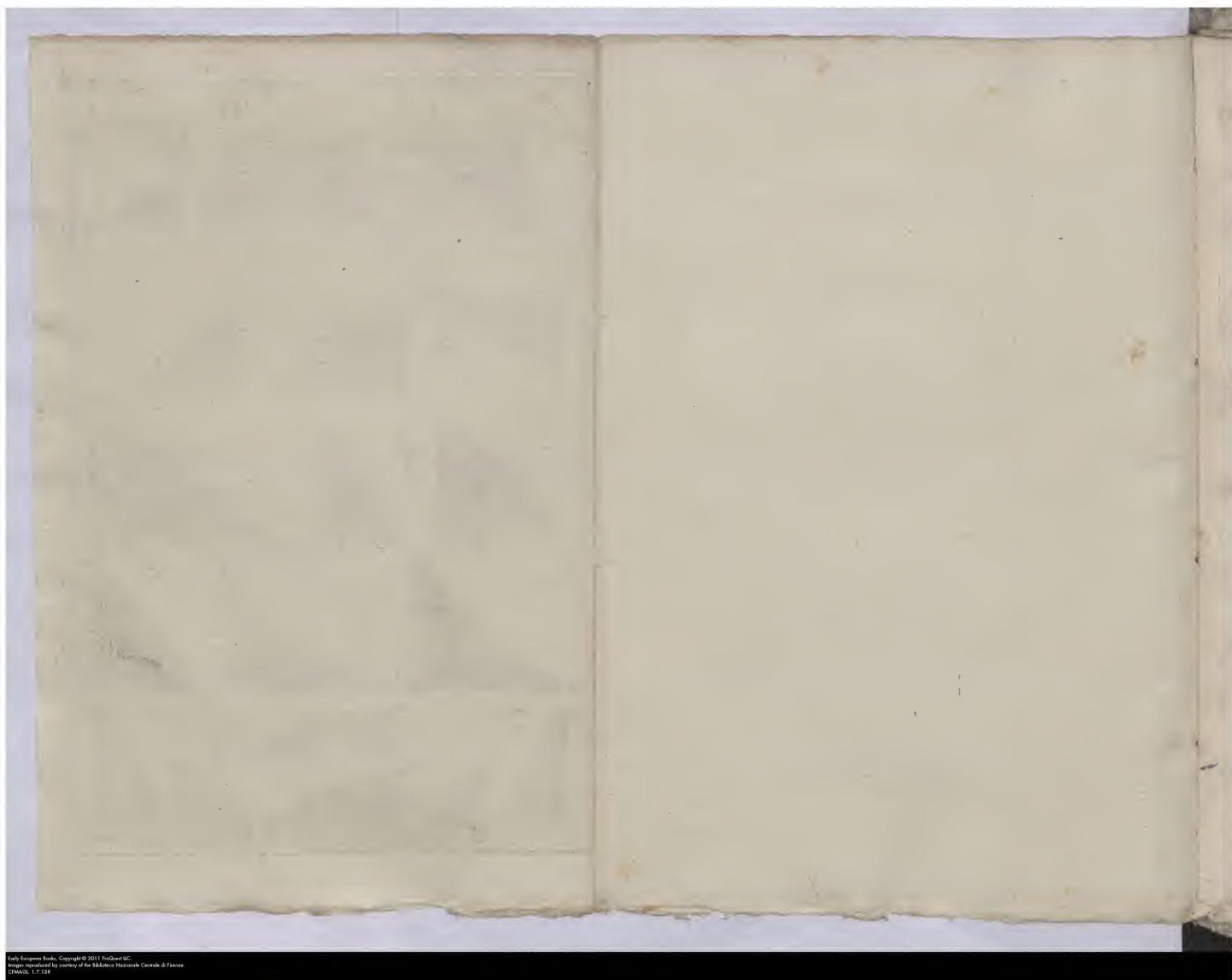




# TABVLA VII.







# TABVLA VIII.

